目　录

第一章　形式逻辑和数理逻辑是两门性质不同的学科

形式逻辑和数理逻辑①虽都名之曰"逻辑"，(有的人也称数理逻辑为"形式逻辑"或"现代的形式逻辑")但两者在研究对象、方法、特征等方面都存在着根本的区别。因此，我们有必要对之进行比较研究。

第一节　形式逻辑和数理逻辑的研究对象不同

形式逻辑的研究对象是人们的思维形式及其规律，数理逻辑则是关于某种特殊函数关系的数学，是基础数学的一个分支。

一、形式逻辑是关于思维形式的科学

形式逻辑研究思维形式，但并不对此作一般的研究，它主要以思维形式结构为其研究对象。它是一门研究思维形式结构及其规律的科学。

1. 思维形式是人们认识世界的高级反映形式

思维活动是人类特有的认识活动。科学研究表明，人类是从自然界长期发展中进化而来的，是自然界有机序列发展的一个环节。自然界本身无所谓精神活动，它不能认识自

① 数理逻辑一词，在此主要指两个演算，即命题演算和谓词演算。

已。但人却能反映客观世界，认识客观事物的规律性，并进而改造世界。可以说，自然界通过人而达到了对其自身的认识。人的认识是一个复杂的有机过程。就其根源来说，它是物质世界高度发展的产物——人脑的机能，就认识的内容来看，它是对客观世界的反映。认识以实践为基础。在它的发展过程中，经历了由低级到高级，由感性到理性的过程。人的理性认识阶段，就是思维活动过程。

思维① 可以分为思维内容和思维形式两个相互联系着的方面。任何特定的思维都有它的内容。客观事物的本质、全体，它们之间的联系等等，都是思维反映的客观内容。它可以是数学的，物理的，化学的，文学的，哲学的，法学的等等方面。例如

例 1：

所有的花都是植物，

所有的菊花都是花，

所以，所有的菊花都是植物。

例 2：

所有的唯物主义者都是无神论者，

所有的马克思主义者都是唯物主义者，

所以，所有的马克思主义者都是无神论者。

以上两个例子就表现了不同的思维内容。

思维的另一方面，是它的形式方面。不难指出，例 1 和例 2 尽管内容各异，但都具有同样的形式：

---

① 据认为，人类的思维活动可以有不同的类型。如形象思维，逻辑思维等，本书的旨意不在讨论这方面的问题。书中对思维及相关词语的使用，其意义仅限于逻辑思维。

所有的M是P，

所有S是M，

所以，所有S是P。

这是一种推理的结构。

如果以S和P分别代表上述判断的主项和谓项，则有：

所有的S是P。

这是一种判断的结构。

如果进一步考查，我们发现："花"、"菊花"、"植物"、"马克思主义者"、"唯物主义者"，它们又都表现为概念的形态。

因此，在人们现实的思维活动中，具体的思维内容总是通过概念、判断、推理等一般的思维形式表现出来的。这种为各具体思维所共有的形式，就叫思维的形式。概念、判断、推理等就是人们用以反映客观事物的本质、整体，内在联系的思维形式。它是人们认识事物的一种高级反映方式。

2．思维形式的整体特征

一定的思维形式表现为结构、根据、表达方式三者互相联系的整体特征。

（1）结构：一定的思维形式，总有其一定的、特殊的结构。如判断的结构就不同于推理的结构；推理中，直接推理的结构又不同于三段论推理的结构。结构又称之为逻辑结构。当然，思维形式也决不只是一些抽象的形式构架。一定的形式构架的产生有一定的客观根据，也需要通过一定的方式才能表达出来。

（2）根据：思维形式的客观根据，它与思维内容有密切的联系。它揭示的是一定形式结构与客观事物关系的联系。

前面谈到，具体的思维有形式和内容两个方面（或者

说，具体的概念、判断、推理有形式和内容两个方面)。例如

例1：

所有的高等院校是学校。

例2：

所有的菊花是花。

以上两个判断，它们分别对“高等院校”、“菊花”作出断定，这是它们各自具体的内容。不同的具体内容，在逻辑上可以一定的逻辑变项来代替。它并不属于思维形式的范畴。

思维形式的根据指的是思维形式的本质，思维形式与客观事物关系的联系等方面。例如，什么是概念、判断、推理？它们在认识中地位如何？反映了什么样的认识过程？什么是真假性？什么是虚概念？如此等等。它揭示的是一定思维形式所能成立的根据、理由（它是怎么来的，作什么用的，为什么只能这般使用而不能那般使用？等等)。例如：联言判断来自人们对事物间并存关系认识的抽象，我们就不能以联言判断来表达事物的充分条件关系。假言判断表示了人们对事物“有之必然，无之未必不然”关系的认识（充分条件假言判断)，我们就不能由肯定该类判断的后件而必然地肯定其前件。总之，各种各样的思维形式都必然有它的客观根据。思维形式的各种特性都一定要在它的客观根据中得到解释。换言之，思维形式的客观根据所揭示的就是思维内容中的一般性，即客观事物及其联系。

当然，思维形式的客观根据又和具体的思维内容有密切的联系。它只能根据各种各样正确的，具体不同的内容，才

能揭示出依存于它们之中，由它们所共同反映的客观事物的关系。倘离开与具体内容的联系，犹如巧妇难为无米之炊，我们什么也不能获得。这就要求，用作抽象研究的具体内容必须是真实的。因为具体内容和形式结构的联系决不是主观臆断的，在它们之中总还是具有客观共同的东西，通过对比的分析、总结，就可以引导我们找到各种思维形式的客观根据。即通过具体内容而达到对思维形式的内容的认识。相反，如果所赖以抽象的是不正确、不真实的思维，我们也就不可能有对思维形式客观根据的正确把握。这正表明了两种“内容”的联系。其实，它是逻辑研究中司空见惯的现象，只不过理论上不够明确而已。我们总是注意搜集具有同一种表现形式而具体内容各不相同的思维经验，从中探讨说明此种表现形式的客观根据、认识作用和适用范围。

总之，思维形式的客观根据和具体的思维内容既不相同，又相互联系，前者是对后者在客观性等方面的理论概括。中国古代哲学家，好用“理气不离不杂”一词，来说明“理”和“气”两种事物既不相同，又密切相关的关系。我们在此当然不谈什么“理”和“气”，但借用“不离不杂”一词，来说明两种“内容”之间的关系，倒是十分恰当的。

（3）表达：思维形式的表达形式。思维形式总通过一定的语言形式表达出来，例如词、词组、句子和句群等。不依赖一定的语言表达方式的思维形式谁见过？谁也没有。一些初学逻辑的同志往往有过这样的困惑：哪来的思维形式，哪来的概念、判断、推理呀？不就都是些词儿句子吗？“张三”呀，“人”呀，“如果S则P”呀。之后才明白，思维的形式结构都是通过语言表达出来的。它要穿上自然语言的“外衣”才能外示人以耳目，内存己之心灵。自然语言就是思维

形式的物质形式。

由此看来，思维形式的整体特征就决不仅仅是空洞贫乏的形式结构。它是由结构与结构的客观根据来表达形式三个方面综合而成的统一整体，是一物之三面，三位之一体。

这个道理是显然的。

在我们的思维实际中，没有脱离开任何思维内容，不运用语言表达的形式结构；也没有不运用一定的形式结构并用一定的语言形式表达出来的思维内容；当然，也不存在着不反映一定思维内容和结构的语言表达方式。思维现实的这一复杂情况，使得我们在对思维形式结构作抽象研究时，只能客观地抽取出以客观事物联系方式为根据，以自然语言为外衣的形式结构。而涵盖三者的整体就是思维形式。例如一个联言判断：它的形式结构是，A 并且 B 这是以自然语言表达的较常见的式子；该结构具有只有 A 和 B 都真、整个判断才真的性质，它是对客观事物一物之数性或数物之共性的情况的反映，也只有在具体内容有这一客观性时，对联言的运用才是正确的；它的语言表达形式是：A 并且 B、不仅 A 而且 B、虽然 A 但是 B 等等诸多的复句的形式。

3. 思维形式的系列特征

思维形式，就其横断面（每一类思维形式的组成部分）来说，表现为客观根据、结构、语言表达三位一体的特征。就其纵向的考查来看，它又显现为一个有序的系列。

什么是纵向的考察呢？

所谓纵向考察是指，不将各类思维形式作主观任意的平面的排列，而是通过人们的思维顺序将它们有机地组织起来，从中发现不同于横断考察的若干特点。

人的认识运动是一个复杂的过程，表现为从现象到本质

又从本质到现象的发展。在思维顺序之中，表现为从特殊、个别到一般，又从一般到个别特殊的交替过度。认识一般由个别、特殊的事物开始，由此而达到对事物一般本性的认识，然后再以认识了的一般性质去认识具体的特殊事物。在思维认识的不同顺序不同阶段上，所运用的思维形式也各有鲜明的特点。例如：类比法表现了思维从特殊到特殊的过程①，而且"因为它结构简单，使用容易，是一种认识的最初形式，类比是达到科学结果的链条上的一个初始的环节"。②

归纳法表现了思维从特殊到一般的认识顺序。它的形式结构要比类比复杂得多，在认识中也具有特殊重要的意义。我们对事物的一般的认识，差不多都是归纳的结果（就认识中最初的一般结论的形成而言）。

概念和判断表现了我们对事物一般属性的把握。

演绎推理表现了思维从一般到特殊的过渡。

论证和假设则是各种思维形式综合运用的过程。它综合体现了各种思维顺序，表现为复杂的结构系列。

相对于各类思维形式来说，逻辑规律则是体现，揭示了其中的共同的东西，因而是属于更深一个层次的一般性。

各类不同的思维形式在不同的思维顺序中起作用。它们都具有自己特殊的客观基础，特殊的形式结构和特殊的语言表达形式，也都具有特殊的认识地位和作用。因而，是不能相互替代的。不仅如此，就是同一类思维形式也以不同的方式反映了不同的客观事物的联系。例如，直言判断和假言判

注：① 复杂的类比也可表现从一般到一般的认识，这里是就类比的最初形式而言的。

② 楚巴欣：《形式逻辑》第169页。

断的性质就不同。因此各自具有独立研究的价值。

但是另一方面，各类思维形式又相互贯连。演绎和归纳有着密切的联系，假说和证明有着密切的联系，概念、判断和推理也都有着密切的联系。例如，对概念内涵和外延的认识就与判断的周延性有关，也与一系列推理规则有关。正如同各类思维形式相互分殊，各有其客观基础和认识作用一样，各类思维形式的联系也是有其共同的客观根据的。这种联系反映了认识中思维顺序的相互衔接，相互融贯。各类思维形式既相区别，又相贯连的特点，使每一类思维形式都成为环环相扣的系列整体中的一个环节。对每一类思维形式的研究都可看作是从一个方面去把握思维形式系列。

这就是思维形式的系列特征。

4．形式逻辑对思维形式的研究

思维形式是一种反映形式。思维形式具有客观根据、结构和表现形式三位一体的整体特性，同时，它又是以不同类型方式贯穿于各种认识顺序中的系列整体。思维形式的特征，决定了形式逻辑同研究对象的特殊关系。

（1）形式逻辑是全面研究思维形式系列的科学

形式逻辑并不撇开其他思维形式而只研究某一类思维形式。它将各类思维形式都作为系列中的环节来考察。换句话说，它不仅研究每一类具体的结构，也要研究整个认识中的整个思维形式的结构。

前述指出，各类思维形式相互独立，对一种类型的研究并不能代替另一种类型，同时也因为各类思维形式相互连贯，离开了对其中一个环节的考察就难以弄清与之相当的其他思维形式。例如离开了归纳，就难以科学地说明演绎，无法解释演绎大前提的性质，而离开了演绎，也就无法把归纳

过程本身弄清楚。[1] 这就是说，任何一种思维的形式结构都是形式逻辑的研究对象；对一种形式结构的研究与别的形式结构的研究有关，离开了对此类形式结构的研究我们便难于探讨另一类形式结构的原理，同样，离开了对另一类形式结构的讨论我们也就不能对此类结构有全面认识。逻辑不是关于某类思维形式，而是关于整个思维形式系列的。它要从系列研究的背景下引出各思维形式具体的逻辑规定，达到概念明确、判断恰当、推理合乎逻辑的目的，从思维形式方面规范人们思维的正确性。

（2）形式逻辑是研究每类思维形式结构整体性的科学换句话说，它研究的不是空洞抽象的形式结构，而是各种类型的，以客观事物联系方式为根据，以自然语言为外衣的逻辑形式。

首先，思维的形式结构当然要为形式逻辑所研究。它要指出各类结构的特点和作用。如：判断的"S是P"、"如果P，则q"等类的结构；三段论的结构、归纳推理的结构等各种推理类型。不仅各类思维形式的形式结构是不同的，就是概念、判断、推理等各类思维形式的内部，也由于它们反映客观事物的方式不同以及所反映的客观事物本身的性质、内部联系、规律上的差异而存在着不同的形式结构。以判断为例：联言判断和选言判断，假言判断就有不同的形构（如联言是"S并且p"、选言是"S或p"、假言则是"如S，则p"）。即使一个简单的性质判断，其肯定判断和否定判断也有质的不同，前者是"S是p"，后者是"S不是p"。研究各种不同的形式结构，就是要正确指出它们各自不同的特点和在思维认识中的特殊地位。反过来说，如果我们还不能明

[1] 参见《马克思恩格斯全集》第20卷，人民出版社1971年版，第571页。

确地抽象出某个思维的形式结构，那么我们就不能说，对该种类型的思维已有了明确的认识和理解。从发展的观点看，随着人们思维认识活动的复杂和丰富，新的形式结构的不断产生和被发现，不仅是可能的，而且也完全是必然的。各种各样千差万别的形式结构愈丰富，愈表明人的思维过程的复杂化和人的思维能力愈强大。因此，正确及时地总结各类不同的形式结构，无疑是形式逻辑的一个重要任务。当前形式逻辑研究中存在的严重问题还在于："它脱离现实思维结构的丰富性，没有将人们在思维实际中反映思维内容的逻辑结构，完满地概括到这门科学中去，也没有将发展了的人的思维的新的结构形式研究概括出来"。① 这就不能不深刻地引起我们的注意了。

其次，思维形式的内容（即结构的客观根据）也是形式逻辑的研究内容。

这是因为，一门研究思维形式的科学，必须回答什么是概念、判断、推理？它们和客观事物的关系怎么样？如何理解存在于它们之中的真实性、虚伪性、正确性、条件关系等一系列属于客观根据方面的问题。例如"所有S是P"这个判断形式，它是怎么来的？为什么它不能用于对部分事物的断定，也不能用于表现对事物的否定？如果要改变它的形式会有什么结果？这种结果（例如"有P是S"）根据又是什么？又如，为什么类比和归纳的结论带有或然性？既然带有或然性为什么它们还是一种基本的思维形式呢？由或然性向必然性转变的根据又是什么？由必然真的一般性前提就只能得到必然真的结论吗？可否得一个或然真的结论（例如，由

① 杜岫石：《略述现有形式逻辑存在的主要问题及其解决途径》载《哲学研究》1982年第2期。

“如果 p 则 q，并且 q”，可得到可能 p），它有意义吗？等等。

应该指出，以辩证唯物主义的认识论为指导，正确阐明各类思维形式结构及其客观基础的关系，把握思维形式的内容，这正是逻辑（而不是别的科学）的任务。因为通过以上一系列的考查，我们可以为各类思维形式的逻辑特征和逻辑要求确立它们的客观根据。使人们不仅知其然，而且知其所以然。从而为各类思维形式的研究提供具体的原则。再进一步深入，我们就可以较系统地得到各类思维形式的研究成果。其结果，不仅总结、规范了人们的正确思维，而且也使逻辑成为人们认识客观世界的科学的方法。因为逻辑形式和逻辑规律所反映的恰恰是现实对象的质的规定性和相互制约性。

在讨论思维形式的整体特征时，我们还指出，形式结构的客观根据和具体的思维内容有密切的联系。这就要求形式逻辑结合具体的思维内容来考察思维的形式结构和它们的客观基础。现在讨论形式逻辑，有许多人是谈“内容”而色变，唯恐丢了“形式”。其实恰恰是丢了内容和形式的辩证关系。要具体说清“结合具体思维内容”的问题不太容易，但若分别地从思维形式的结构和思维形式的内容两个方面入手，道理还是不难明白的。

先拿思维形式的结构来说。

从发生学的角度看，结构本身是从各种不同的具体思维所具有的形式结构的共性中总结出来的。并不是先有了固定的形式，后装内容。那么，逻辑所进行的结构抽象，其正确性先决地依赖具体思维的正确性，这是确定无疑的。我们也很难设想能从一个错误的思维中总结出一个正确的形构，这是令人难以置信的。例如象“如果 p 则 q”的形构，总是从“如果天下雨，则地湿”等正确判断中抽象而得，它反映

了客观的因果联系。它决不可能从“如果2 + 2 = 4，那么雪是白的”那种人为的编造中来，也不可能是来自于“如果地湿，则天下雨”之类错误的思维。为了保证抽象过程的正确性，我们一定要求作为抽象前提的具体思维内容必须是真实而有意义的。可见，对思维形式结构的研究是不能不管到具体的思维内容的。

再拿思维形式的客观根据来说。

具体思维内容的真实性和有意义性，也是我们研究形式结构的客观根据的基础。只有具体思维内容是真实的，我们才能对存在于其中的形式结构作客观的考察，正确得到该类思维形式何以存在，何以“所以然”的根本道理；只有具体思维内容是有意义的，我们才能通过对各具体内容的比较，确定存在于其中的思维形式的一般的认识作用和认识地位。概括地说，所谓揭示形式结构的客观根据，也就是研究该形构真实性和有意义性的条件，指出如何才能正确使用它们的道理。

总之，离开了真实而有意义的具体的思维内容，我们既不能研究思维形式的结构，也不能研究思维形式的客观根据。

逻辑学研究思维形式的目的是规范人们进行正确的思维活动。在实际运用时，也要遇到具体内容和一般形式的关系。它们的关系，不是用特定的形式结构去挑选内容，而是从具体内容出发来选择形式结构。怎么知道一个具体内容与这种而不是与别的形构相适应呢？就看具体内容内涵的一般的客观根据是什么？有什么样的根据，就应有与之相应的形式。在这里，为了保证具体内容所具有的客观根据是可靠的，一定要求思维内容是真实的和有意义的，以保证逻辑形

式的正确运用。前提的错误之不被允许，是因为它会破坏思维形式的有效性。例：

所有的人都是不死的，

张三是人，

所以，张三是不死的。

错误的大前提导出错误的结果。

第一，它破坏了三段论形式规则的要求。逻辑要求一个有效的三段论只能是“三个项”，“三种关系”，不能多，也不能少。该推理虽只有三个项:“不死的”、“人”、“张三”。然而在一定的条件背景下我们知道，事实上还存在其他的关系。人并非不死的，张三并非不死的，等等。如果认为以上关系都成立都有效，那么三个项之间的关系定然不下于四种。

第二，它破坏了三段论从一般到特殊的客观原理。“所有的人都是不死的”并不表现为正确的一般，因而也不能由它推及到特殊。

所以说，思维形式的正确运用也一定要求具体内容的正确。

这里，如果把从具体思维中抽象出形式结构和运用一定的形式结构去进行具体思维，分别看作是从特殊到一般和由一般到特殊的过程，那么我们可以说，思维形式的正确性和有效性恰好是以具体内容的正确性和有意义性为先在条件的。无疑，联系具体内容来研究思维形式与对具体内容的研究，完全是两码事。前者是研究具体内容中的一般性，它的客观根据和形式结构；后者探讨具体内容的特殊性，它的具体的学科性质。例如

例1：

马克思列宁主义不是教条，而是行动的指南。

例 2：

有些动物是哺乳类并且有些动物不是哺乳类

例 3：

正方形都是矩形并且正方形都是菱形。

例 1 、例 2 、例 3 分别是关于社会科学、生物学和几何学的。显然，我们在逻辑研究中，并不探寻为什么马列主义应是行动的指南，也不研究动物和哺乳类，正方形和菱形的关系如何，这些都是各具体学科的事。逻辑只是认可在这些业已被人们断定为真的判断中，存在着可为逻辑所研究的共同性。即它们都具有“A 并且 B”的形构；它们都断定了若干事物情况的共存现象。

现在，我们把形式逻辑关于内容的观点作一总结：形式逻辑不孤立地研究思维形式的结构，它必须揭示一定思维形式的客观根据（即思维形式的内容）。形式逻辑也不是孤立地研究思维形式，而是通过具体、正确的思维内容来研究思维形式，并且也只有坚持具体思维内容的真实性和有意义性，才能使人们对思维形式有正确的运用。所谓医家妙方既需来自经验，也还需对症下药，便是这个道理。

再次，形式逻辑必须研究思维形式的语言表达的层面。

思维形式总表现为一定的语言形式。语言是思维形式的物质外壳。例如，“人”这个概念不能离开“人”这个词而存在，也不能离开其一定语言形式在个人的思维和人与人的思想交流中加以运用。思维形式和语言具有统一性。

但是思维形式又不同于语言。思维形式的发展主要和人的认识过程有关，表现着认识的活动和成果；语言则带约定俗成的性质，是认识活动中的物质现象。思维形式具有全人类性，语言形式却具有民族特点。汉语的“人”，在英语就以

“man” 等的语言形式来表现。思维形式和语言的关系是极其复杂的。同一思维形式，可有不同的语言形式，同一的语言形式，也可表达不同的思维形式。因而形成了既统一，又有区别的复杂性。黑格尔曾经辩证地指出：“思维形式首先表现和记载在人类的语言中，在我们的时代，人与兽的区别在于思想，此点已不会那么常常被人想起了。语言已经透进了人的内部，透进了人便成为他自己的东西的一切；人便成为语言并即在语言中表达出来的东西，总是或较隐蔽，较混杂，或已经明显地包含着一个范畴，逻辑的东西对于人是这样地自然，或者简直可以说，逻辑的东西就是人所特有的自然本性”。① 正是因为存在着语言和思维的特殊关系，决定了从自然语言中研究思维形式的必要性。人们的思维一般都是以自然语言进行的，完全可以认为，形式逻辑就是研究自然语言的逻辑，保证借助于自然语言所表述的思维结构的正确性，就是形式逻辑的科学任务。

诚然，研究思维和语言的关系，决不是某一门学科所能独立完成的。一般说来，它是包括逻辑学，语言学，心理学和认识论在内的许多学科的共同任务，可分别从不同的角度探讨这一问题。形式逻辑旨在考察思维形式在语言环境中的表现规律，总结规范各类思维形式在语言中的表达形式，分析语言的发展变化对思维形式产生的影响。所有这些都是在思维形式和自然语言关系中所提出的问题。但总的说来，形式逻辑对自然语言表达的研究，可分为两个方面（或阶段）：一是对自然语言的逻辑整理；二是对自然语言的逻辑分析。两个方面相互联系，构成为一个整体。

---

① 《大逻辑》，参阅《十八世纪末——十九世纪初德国哲学》，商务印书馆，1960年版，第251页。

对自然语言的逻辑整理：

生活中，我们所面对的是现实的、生动丰富的各种自然语言来表达。同一个概念可表述为不同的语词；同一个语句，在不同的语境中，却表达了很不相同的思想。思维形式和自然语言表达的关系有时甚至是很“混乱”的。对这样的状况，我们还无法直接对自然语言中的逻辑结构进行分析，而必须在经验事实的基础上，对此进行严谨的逻辑整理。以从丰富的自然语言表达中，揭示出典型的逻辑关系；根据一定的语境和对象间的实际关系，排除自然语言的歧义，揭示它的确定的逻辑内容。作为这一阶段的成果，是用确定的，典型的逻辑语言表达原来自然语言中所具有的逻辑内容。比如一个联言的复合判断在自然语言中有非常多的表达形式，但经过整理却可归化为“A并且B”这样的共同式。“A并且B”就是原来丰富的自然语言中所含有的确定的逻辑内容。

有人否认逻辑学对自然语言整理的必要性，认为那只是其它学科的事，这种看法实际上混淆了特殊和一般的关系。不错，具体的语言整理，离不开一定的经验和知识积累，任一自然语言现象都可说有它自己的特殊性。但是它的特殊之中又包含了一般，形式逻辑就是要揭示出其中的一般性。

例如：语境研究。

语境就是自然语言整理中所共有的，而且也是为人们必须要加以研究的逻辑因素。

语境是人们表达思想的语言环境。它有广义和狭义之分。狭义的语境，是指书面语言的上下文或口头语言的前言后语所形成的语言关系。广义语境还包括语言表达时的外部环境，包括表达的对象，表达的目的性，表达的特定场合，

表达的社会时代环境等种种因素。

在自然语言整理中，语境具有重要的逻辑作用。它可以确定语词的思维内容，排除语言交往中的多义性和不确定性。有这么一个常为人们所讨论的句子：

“果然，他把我们几个团的负责干部叫到一起……”。

抽象地说，这是个歧义句。可以理解为：几个团的/负责干部。也可是：几个/团的负责干部。“团”可理解为军事单位，也可认为是共青团。“本来无法弄清这句话的确定的意义，但是上下文提供了解决问题的钥匙。原来文章还讲到这几天与敌人周旋的仅只一个团，因此这句话的唯一解释是：他把我们团的几个负责干部叫到一起”。①

语境还具有确定语词逻辑真值的作用。语词所表达的思想内容只有符合语境域限规定才是真的。例如有句诗：“夕阳方照桃花坞，柳絮飞来片片红”。真可谓传神之句。夕阳如火，桃花正艳……，染化了山水和整个世界（桃花坞），也染红了随风飞来的片片柳絮。柳絮自然是白的，但诗中“柳絮飞来片片红”却是真的，因为它处于特定的语境——“夕阳方照桃花坞”之中，获得了成真的条件。

此外，语境在逻辑中还有其他一系列作用。所以就必须为形式逻辑所研究。一切能指导人们进行自然语言整理的逻辑因素都必须研究。形式逻辑的一个重要任务就是指导人们自觉地运用逻辑研究成果进行自然语言的整理，而绝不是任其流于自发的运用。

事实上，如果承认形式逻辑关于自然语言整理的必要性，也就承认从一开始，形式逻辑就对各门科学普遍有效。任何科学都离不开思维。数理逻辑似不研究自然语言的逻辑

① 陈宗明：《逻辑与语言表达》，上海人民出版社 1984年3月版。

整理，但有时又必须整理自然语言，要排除自然语言的歧义性等因素，用特有的人工语言表述之，它也就必然遇到语境等一系列的问题。它如果要自觉地处理这些问题，那么它也一定离不开形式逻辑给出的逻辑整理工具。

对自然语言的逻辑分析：

这是形式逻辑对自然语言关系研究的第二个阶段，它直接后承了自然语言的逻辑整理。在这阶段，人们将进一步从各类典型的逻辑语言形式中，揭示存在于其中的思维的结构特征和客观根据。所以，它的工作面有二：对形构的分析和对形构的根据的分析。二者是统一的。

下面举联言判断为例：

联言判断在日常语言中有多种多样的表达式，经过逻辑整理后，我们一般可概括为如下几种类型：

A并且B（并列关系），例：胜固可喜，负也欣然。

不仅A而且B（递进关系），例：不仅胜了，而且大胜。

虽然A但是B（转折关系），例：虽然胜了，但是还不能松劲。

……

以上几种类型都表达联言判断，从中可进一步分析出它们的形式结构：

A并且B（此处“并且”纯表一逻辑联结词，在数理逻辑中可为“A∧B”）。

对客观根据的分析似乎要复杂些。

首先，各种自然语言类型都表示了一种特定的内容联系。例如：“A并且B”一般只要求两种事物并存；“不仅A而且B”则要求后一事物较前一事物有递进关系；“虽然A但是B”却要求后一事物较前一事物有转折关系。总之，它们反映

两种事物并存的不同样态。因此分析的第一步，就是揭示出各不同的样态所依凭的客观根据，例如递进关系往往反映了两事物在同质层次上的量的差异性。

其次，在各自然语言表示的特定的内容联系之中，还有一般性。例如在表联言的自然语言类型中，两种事物的并存性就是它们的共性，也是唯一地区别开其他非联言判断的根据。逻辑的客观根据分析的第二步，就是揭示出不同样态所具有的共同性，并找出这一共同性的客观根据。

两个层次是相互联系的。不可能只管第二层次而不顾第一层次。第二层次虽表述了关于纯粹结构形式的共性，可我们的日常思维，思维形式总是通过自然语言表达出来的，具体的思维内容不仅要具有该思维形式共同具有的客观根据，而且也只有在与某自然语言类型特殊样态所依凭的客观根据相一致时，才能采用该自然语言类型作为自己现实的表达方式。

例如：

a．小李是个工人。

b．小李是个先进工人。

a与b不仅具有并存的关系，且这种关系是通过递进的样态表现出来的。它正好和自然语言的联言判断类型“不仅A而且B”所据有的客观根据相一致。因此可复合地表示为：

小李不仅是个工人，而且还是一个先进工人。

在思维中，如果仅仅考虑形式结构共同具有的客观根据而不顾及该形构的不同的自然语言类型所表达的特殊样态，其结果往往会导致一个毫无意义的语句。例如任意组合a与b的关系可得：

小李不仅是个先进工人，而且是个工人。

“工人”并没有构成对“先进工人”的递进，该语句是无意义的。

我们不止一次地提到了意义性的概念，现在可以从自然语言表达类型的角度对它作一总结了：

一个语句是有意义的，当且仅当，其具体内容所表现的客观特性与它所运用的自然语言表达类型所具有的第一层次的特征是一致的。否则就是无意义的。也可以说，有意义性是一个相对于第二层次的第一层次的真假性概念。因为第二层次只概括地研究了第一层次的共同特征，所以对仅属于第一层次的真假性问题已不能测定。而一旦将语句放入第一层次，便立刻可判别出真假。例如：

一个表示递进的类型“不仅A而且B”，是以不和情况——A而且非B是可能的——相排斥为条件的。比如“不仅胜而且大胜”之成立，因为它并不排斥另一种情况：“胜但没有大胜是可能的”（并不是所有的胜利都是大胜）。“不仅是工人，而且是先进工人”之成立，因它并不排斥“是工人，但不是先进工人是可能”的事实存在。关联词后项在事实上可以比前项递进，却不能弱于前项，不能“递退”。“不仅是先进工人，而且是工人”之为假，在于它断定“是先进工人但不是工人是可能的”。这个断定为事实所排斥。所以说，意义性在本质上表现为真假性。

但是我们也没有必要非得改“意义性”为“真假性”不可。一则“真假性”已习惯指称依某类思维形式共同的客观根据对语句判定的结果。二则保留“意义性”也可使我们明确感到表达某类思维形式的各特殊的自然语言类型样态的存在，它们也有特定的客观根据。三则可使我们注意客观根据

分析中的层次性，不割裂第一层次和第二层次的联系。在逻辑学界，有些人对“意义联系”，“内容联系”几乎深恶痛绝，构造出诸如“如果2＋2＝4，则雪是白的”，“2＋2＝4并且雪是白的”之类的句子。如说其意是要说明形式逻辑对自然语言的逻辑分析中，其对自然语言类型的第一层次和第二层次有区别，第二层次没有涵概第一层次的特殊性，那自然无可非议。但是若以此来否定系统分析自然语言的必要性，否定意义性在研究以自然语言为外壳的逻辑形式中的地位，那就大错而特错了。

自然语言的逻辑整理和逻辑分析是一个有机的整体。其重要性自不待言。因在某种意义上说，研究人的思维形式，也就是研究自然语言中的思维形式。形式逻辑这种研究人们基于自然语言的抽象思维的特点，正是数理逻辑所根本不能取代的。相反，由于数理逻辑的研究脱离自然语言，它对思维形式的一系列根本问题和认识作用、逻辑特征都是不能说明的。

（3）形式逻辑与形式辑逻要素

综上所述，我们把对形式逻辑与其研究对象的关系归纳如下：

形式逻辑以整个思维形式系列为研究对象，它全面地研究每一类思维形式所具有的整体特征。一类思维形式的正确运用由思维形式的整体因素所决定，其中每一类因素都从一个方面规范了人们对思维形式的正确运用，这些因素一旦为形式逻辑所研究，就转变为形式逻辑要素。形式逻辑要素的粗约含义是：它是为形式逻辑所研究的从思维形式方面规范人们思维正确性的一切内容和要求。它包括思维的形式结构、形构的客观根据和形构的语言表达关系三个方面。它是全面研究思维形式结构的结果。又因为系列整体研究和整

理、分析自然语言有密切的不可分的关系，从这一意义上来说，形式逻辑就是关于自然语言的逻辑。

5. 再论整体、部分和学科性质

思维形式是客观根据，形式结构和语言表达“三位一体”的整体，它是一个由概念判断推理等组成的系列。对象的特殊性决定了形式逻辑在研究中必须对思维形式有整体的把握。

能不能将思维形式分解成各个部分，分别地在不同的学科中研究呢？可以的。例如：客观根据的问题，最终可抽象为纯哲学的讨论；也可运用数学的方法，探讨形式结构中的一些因素；语言表达则更直接与语言学有关。对各部分的特殊的研究当然是可行的，就整个科学认识也都是需要的。问题在于，仅以组成思维形式的某个部分为研究对象和以各部分的组成整体为研究对象，二者是非常不同的。思维形式是三个部分的有机系统，而不是机械的凑合。拿系统论的观点说，客观根据，形式结构，语言表达是思维形式系统的三大要素，是缺一不可的。当然，这三部分也都还各自独立地成为别的系统的要素，例如将一些形式结构的关系处理成函数关系，可以成为数学系统的要素。但是，由这三个部分构成的系统却是为思维形式所特有的。系统中的部分已不同于孤立的部分，也不同于它在另外一个系统中所具有的特征。在思维形式系统中，形式结构是有客观根据，以自然语言来表达的形式结构，而不仅仅是数的抽象。因此，如果说研究思维形式结构，那就须放在思维形式的系统中研究它。孤立的研究，或从另一个系统入手的研究都会破坏思维形式三位一体的特征。其结果，必然与形式逻辑本来的研究对象风马牛不相及。诚如“人”在社会科学和自然科学（比如医学）中

具有非常不同的意义，研究社会系统中的人与研究人体的自身系统有着非常不同的目的一样，对思维形式的研究也必须注意它的系统性，注意系统的整体和部分的关系。

思维形式之为三位之一体，形式逻辑要把握三位之一体的思维形式。

有的人担心，这是不是有点管得太“宽”了，太“杂”了呢？不是的。一门学科的内容，是由它的对象所决定的，只要和对象的性质相一致，它就决不是太“宽”，太“杂”，而是又真又切，真真切切的。

其实，研究对象的多因素性也决非形式逻辑所独有。例如：作为经济学研究对象的“生产力”，就是人、工具、劳动资料的“三位一体。语言学的语言包括语音和语法，数学不仅研究“数”也研究“形”，这些不都是对象因素“数位一体”的情况吗？所不同的是形式逻辑的对象因素——思维形式的三位一体委实是太普遍，太一般了，它对人们的任一思维过程都发生影响，但也唯如此，更显出了形式逻辑学的重要性。它是不可被取代的。

二、数理逻辑是研究特殊函数关系的数学

数理逻辑，用数学家希尔伯特（D·Hilbort）的话来说，“它是把数学上的形式化的方法，应用到逻辑领域的结果”。它是一门纯数学，同时也是一门应用数学。

1. 数理逻辑是关于“推论”的学说

数理逻辑的形式化方法，仅涉及到部分逻辑学领域（即只与部分思维形式有关）。

数理逻辑学家普遍认为，数理逻辑就是关于有效推理的学说：

皮尔斯（C·S·poirco）指出："关于逻辑几乎有过一百种定义。但就我们所知，最普遍的定义是把逻辑定义为关于推理的科学"。

梅兹（B·Mato）指出："逻辑研究正确论证的前提和结论之间所存在的归结关系"。

柯比（I·M·Copi）指出，逻辑的研究就是"用来区分对的论证和错的论证的方法和原理。"

叔佩斯（p·Suppos）指出："从狭义来说，逻辑是有效论证的理论，或演绎推论的理论。稍微广义点说，逻辑还包括定义的理论，更广义地说，逻辑又包含一般的集合论。"

还有其他一些相似的说法。正统数理逻辑的两个演算（命题演算和一阶谓词演算）是典型的形式系统。它由一组定理及其变换规则构成。形式系统的定理是由人工符号组合而成的串，这些串可以按照规定的法则进行运算而生成新的串。随意规定的串就是公理，按照规则由公理或定理生成的串就是定理。所谓形式系统的推理，就是严格按照形式系统的规则逐行生成新的定理，直到我们所需要的串出现为止。这个过程也叫形式证明。因此，如果从整个思维形式的系列来看，数理逻辑的基本内容是演绎推理。它不研究类比，归纳，概念，判断等一系列思维形式，不认为独立地考察概念，判断及其他思维形式是有意义的。（以后我们还将谈到）它考察类（集合）是为了类演算；考察命题形式，同样是将其作为推论的形式前提（至少在数理逻辑的自然推理中是如此）。它也没有关于思维形式基本规律的研究，其定义理论也只是关于形式系统的。总之其核心或几乎全部内容是演绎推论，而绝不是整个思维形式系列。

指出数理逻辑不研究思维形式序列，这点已经表明它实际上不能解决关于思维形式的问题。而各类思维形式是环环相扣的，没有系统的研究便不能对它有真正的把握。数理逻辑却恰恰不研究思维形式系列。①

2. 数理逻辑是关于真值函数和命题函数的数学

虽然数理逻辑的研究对象与演绎推理有关，但它并不研究演绎推理形式的整体特征，它根本不讨论推理的客观根据、推理和自然语言表达的关系，而仅仅与推论的形式结构有关。严格地说，数理逻辑的研究对象不是演绎推理这一类思维形式。一般说来，正统数理逻辑以形式结构中特殊的函数关系——真值函数和命题函数——为研究对象。由此而建立的命题演算与一阶谓词演算是数理逻辑的基本内容，也是现代数理逻辑的基础。

（1）函数

函数是数学里的重要概念之一。

设有甲、乙两类变量，按照某一个确定的规律联系着，如果对于甲类中的每一个分子x，在乙类有且仅有一个分子y与它相对应，当甲类变量变化时，乙类变量也随着变化，当甲类变量在它的变化范围（定义域）里取某一确定的值时乙类变量相应地取确定的值（函数值），那末甲、乙两类之间就存在着函数关系。我们把乙类变量叫做甲类变量的函数，而把甲类变量叫做自变量。如果用f表示函数关系，就有下列公式：

$y = f(x)$ （变量y是变量x的函数）

---

① 从思维形式的角度来考察正统数理逻辑的研究对象是很勉强的，但这与本书的宗旨有关。因为本书不是全面研究数理逻辑，而是希望从思维形式的角度来比较形式逻辑与数理逻辑的关系。

在此，x为自变元，y是对应于x的函数f的值。在有些函数中，函数的自变元可以不只一个。

函数关系常表现为数学运算。例如

例 1：　　$y = x_1 + x_2$

例 2：　　$y = x_1 - x_2$

例 3：　　$y = x_1^2$

例 4：　　$y = \frac{x_2}{x_1}$

以上四例分别表现为加、减、乘、除的运算。其中除例3外，其他三例都是有两个自变元的函数。

（2）真值函数

真值函数是函数的自变元和应变元都取值为真值的函数。

真值

它是真值函数的赋值域。函数在其中取值，或取值为真，或取值为假，真和假都叫真值。

真值函数由两部分构成：一是命题变元，二是真值联结词。

命题变元

命题变元类似简单判断。在命题演算中，我们不去分析简单判断中所具有的主语与谓语的结构，而是将它们作为一个整体，并用符号加以表示。例如，“这是一个人”，可用符号表示为“p”，这样就得到命题变元。命题变元是真值函数中的自变量。

真值联结词

联结命题变元构成复合命题的联结词叫真值联结词。它也是以符号来表示的。本书中我们用到五个真值联结词：

a　“→”（非号，如“非A”，可表为“→A”），

b　“∨”（析取，如“A或B”，可表为“A∨B”），

c　“∧”（合取，如“A且B”，可表为“A∧B”），

d　“⊃”（蕴含，如“如果A则B”，可表为“A⊃B”），

e　“≡”（等值，如“当且仅当A则B”，可表为“A≡B”）。

五个真值联结词的真值为真值表所定义：

p	q	→p	p∨q	p∧q	p⊃p	p≡q
真	真	假	真	真	真	真
真	假	假	真	假	假	假
假	真	真	真	假	真	假
假	假	真	假	假	真	真

以“p⊃q”为例，“⊃”除了在前件（p）真，后件（q）假的情况下使整个公式为假，在其他任意的情况下，都使“p⊃q”为真。

真值函数

命题变元通过真值联结词就构成了真值函数。真值函数也可仅由命题变元组成（如单独的“p”）。这一函数的特点是：命题变元在真值范围内取值，一旦命题变元的值确定后，我们就能得到整个函数的值（真或假）。

例如有以下两个推理：

例 1：

如果天下雨（p），则地湿（q），

天下雨

所以，地湿。

例 2：

如果天下雨（p），则地湿（q），

地湿，

天下雨。

我们将推理关系理解成蕴含。蕴含的前件是推理的前提，蕴含的后件是推理的结论。推理的大前提可理解成蕴含关系，大前提和小前提的关系可用合取表示。于是可分别得到例1、例2的真值函数式：

例1的真值函数式是：

$(p \supset q) \land p \supset q$，

例2的真值函数式是：

$(p \supset q) \land q \supset p$。

根据真值联结词的性质，我们可分别得到两个函数式的值：

p	q	$p \supset q$	$(p \supset q) \land p$	$(p \supset q) \land q$	A	B
真	真	真	真	真	真	真
真	假	假	假	假	真	真
假	真	真	假	真	真	假
假	假	真	假	假	真	真

$A = (p \supset q) \land p \supset q$

$B = (p \supset q) \land q \supset p$

真值表证明，无论命题变元怎么赋值，A总是真的。B则不然，当p取值假，q取值真时，整个函数式的值就是假的。

在数学上，惯用一个函数取值的特性来命名一类函数。这里，因为数理逻辑所表现的函数关系不论自变元和应变元的取值范围都是真值，所以，称这种函数为真值函数。

（3） 命题函数

命题函数也是在真值范围内取值的函数。与真值函数不同的是，我们的分析不止于命题，而是再细分下去，直到主词和谓词，并加上一定的量词限定，就能得到命题函数。

例 1：

所有的事物都是运动发展的。

例 2：

有的学生是理科学生。

在例1中，我们以"S"表"事物"、"H"表"运动发展的"，并以"$\forall_X$"表示全称，于是就可以得到：

$\forall_X$（$Sx \supset Hx$），读为，对任一x而言，如果x是事物，则x是运动发展的）。

在例2中，我们以"M"表"人"、"L"表"理科学生"，并以$\exists$x表存在，则可得到：

$\exists_X$（$M_X \wedge L_X$），（读为，存在x，x是人并且x是理科学生。

$\forall_X$（$S_X - H_X$）和$\exists_X$（$M_X \wedge L_X$）都是命题函数式。

与真值函数比较，命题函数的分析更深入些，但它和真值函数都是以真值为值域的函数，其基本运算方法也相同，它们都是正统数理逻辑的研究对象。

应该指出，数理逻辑所研究的真值函数与命题函数，是在性质上与思维的形式结构不同的。

首先，并非所有的思维形式结构及关系都表现为函数关系。象概念的内涵与外延的反变关系等就不是一种函数关系。

其次，函数关系决不是思维形式结构的本质。思维形式结构属于思维形式系统，它具有丰富的内在规定，必然具有

一定的客观根据与语言表达，这些显然是不能函数化的。从这意义上也可以说，思维形式结构不具有演算性，它与数学的函数关系是根本不同的。

总之，真值函数和命题函数不属于思维形式系统，它们自有数学的特殊性。不同的对象构成了不同的学科。

退一步说，即使认可因其真值而与思维的形式结构有一定联系的函数，那也不足以改变我们的结论。不同的学科相互渗透，至今已是司空见惯的现象。但它却以断定学科的各自独立为先决条件。是不能混淆的。

3．数理逻辑研究真值函数、命题函数的基本特征

数理逻辑研究真值函数，命题函数具有以下特征：

（1）符号化的特征

形式逻辑也使用符号。早在两千多年前，形式逻辑的创始人亚里士多德就已采用符号（字母）来表示逻辑变项。例如：

“如果A属于一切B，B属于一切C，A将属于一切C”。①

这里的A、B、C就是符号。

但是形式逻辑并不完全离开自然语言来研究思维，它还是以自然语言来表达所有的逻辑常项。这样，形式逻辑的基本特征还是自然语言的。

数理逻辑在表述真值函数和命题函数时，采用的是一系列表意的人工语言——赋予确定意义的符号，用来表示函数中的一系列因子：命题变元、逻辑常项、个体变项，个体常项等等，例如，当我们仅以真值关系分析亚里士多德上述推论，就可完全符号化为：

① 李匡武译：《工具论》，广东人民出版社1984年3月版，第138页。

$\forall_X (A_X \supset B_X) \wedge \forall_X (B_X \supset_X) = \forall_X (A_X \supset_X)$。

符号化语言意义单一，确定，完全适合用来表达函数式和函数的演算过程。它排除了在演算中可能出现的歧义性，因而是正确进行数学运算的必要前提。在某种意义上说，研究真值函数和命题函数，也就是在研究，分析，构造一系列的符号串。

（2）形式系统的特征

在真值函数中，有一种类型，无论原初的命题变元赋予什么值，其函数值总是真的，这种类型叫重言式。例如：

$p \vee \neg p$。

在命题函数中，也有一种性质相似的普遍有效式，例如：

$\forall_X (H_X \vee \neg H_X)$

重言式和普遍有效式在真值函数和命题函数中占有重要的地位。它们都是函数演算中的定理。数理逻辑在人工语言的基础上，借助于公理学的方法①，经过长期的研究，终于建立了两个演算系统——命题演算和谓词演算，（简称两个演算，又称命题逻辑和谓词逻辑）。在两个演算中，一系列的定理是根据公理、已证的定理和变形规则推演出来的。这种推演过程是通过符号来进行的，整个演算系统表现为符号化的形式系统。

下面，我们介绍一种较常见的命题演算的形式系统。该系统由两部分组成。一部分是命题演算的出发点，它包括初

---

① 公理学方法是这样的，它以一些初始符号，一组公理，几条形成规则和基本推理规则为出发点，推导出一系列的定理，由这些定理连同作为出发点的东西构成一个完整的体系。

始符号，形成规则、定义、公理和基本推理规则。另一部分由定理组成，定理是由命题演算的出发点而推出来的。

命题演算的出发点：

初始符号
①命题变元：p、q、r、s……
②命题联结词：¬（否定）、∨（析取）、∧（合取）、⊃（蕴涵）、≡（等价）
③括号和逗点：（，）

形成规则

形成规则规定形成合式公式（合乎语法）的条件，在本系统中有：
①命题变元是合式公式
②如某一符号序列是合式公式，则该序列的否定也是合式公式
③如两组符号序列的合取是合式公式，则该两组符号序列的析取式也是合式公式
④只有适合以上三条的符号序列是合式公式

定义

定义是对真值联结词的意义规定。
① $A \supset B$ 定义为 $\neg A \vee B$，（A，B为任一合式公式）
② $A \wedge B$ 定义为 $\neg(\neg A \vee \neg B)$
③ $A \equiv B$ 定义为 $(A \supset B) \wedge (B \supset A)$

公理

公理是本系统要证明的定理的出发点。
① $\vdash (p \vee p) \supset p$
② $\vdash p \supset (p \vee p)$
③ $\vdash (p \vee q) \supset (q \vee p)$
④ $\vdash (q \supset r) \supset ((p \vee q) \supset (p \vee r))$

代入规则：将合式公式A中出现的某一命题变元π（π为语法符号，表任意命题变元）处处都代以某一合式公式B，

基本推演规则

从而得到合式公式$A\frac{\pi}{B}$，叫做代入。

分离规则：从$\vdash A$和$\vdash -A \vee B$可得$\vdash B$。

定义置换规则：定义的左右两方可互相替换，设原公式为A，替换后所得公式为B，从$\vdash A$可得$\vdash B$。

根据给定的命题演算的出发点，我们可以推出属于该系统的所有定理。例如：

证明 $(q \supset r) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$ 为该系统的定理。

证：

① $\vdash (q \supset r) \supset ((p \vee q) \supset (p \vee r))$， 〔公理4〕

② $\vdash (q \supset r) \supset ((-p \vee q) \supset (-p \vee r))$

〔引用代入规则，以$-p$代p，由式①得式②〕

③ $\vdash (q \supset r) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$

〔引用定义置换规则，以$p \supset q$置换$-p \vee q$〕

证毕。

该形式系统的另一部分是定理，它们是

定理1：$\vdash (q \supset r) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$

（读为：如果q蕴含r，那么、又如果p蕴含q、就可以得到p蕴含r。）

定理2：$\vdash (p \supset p)$

（读为：如果p则p）

定理3：$\vdash -p \vee p$

（读为：非p或p）①

定理4：$\vdash p \vee \neg p$

① 每条定理的读法均联结命题变元的算值联结词的性质，组合方式而定，下不一一举例。

定理5：$\vdash p \supset \neg\neg p$

定理6：$\vdash \neg\neg p \supset p$

定理7：$\vdash (p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p)$

定理8：$\vdash \neg (p \wedge q) \supset \neg p \vee \neg q$

定理9：$\vdash \neg p \vee \neg q \supset \neg (p \wedge q)$

定理10：$\vdash p \supset q \vee p$

定理11：$\vdash \neg (p \vee q) \supset \neg p \wedge \neg q$

定理12：$\vdash \neg p \wedge \neg q \supset \neg (p \vee q)$

定理13：$\vdash p \wedge q \supset q \wedge p$

定理14：$\vdash p \wedge q \supset p$

定理15：$\vdash p \wedge q \supset q$

定理16：$\vdash p \vee (q \vee r) \supset q \vee (p \vee r)$

定理17：$\vdash p \vee (q \vee r) \supset (p \vee q) \vee$

定理18：$\vdash (p \vee q) \vee r \supset p \vee (q \vee r)$

定理19：$\vdash (p \wedge q \wedge r) \supset (p \wedge q) \wedge$

定理20：$\vdash (p \wedge q) \wedge r \supset p \wedge (q \wedge r)$

定理21：$\vdash p \supset (q \supset p \wedge q)$

定理22：$\vdash (p \supset (q \supset r)) \supset (q \supset (p \supset r))$

定理23：$\vdash (p \supset (q \supset r)) \supset (p \wedge q \supset r)$

定理24：$\vdash (p \wedge q \supset r) \supset (p \supset (q \supset r))$

定理25：$\vdash (p \supset (p \supset q)) \supset (p \supset q)$

定理26：$\vdash (p \supset q) \supset (p \supset (p \supset q))$

定理27：$\vdash p \vee (q \wedge r) \supset (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

定理28：$\vdash p \vee q \wedge p \vee r \supset p \vee ((q \wedge r)$

定理29：$\vdash p \wedge q \vee r \supset (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

定理30：$\vdash (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \supset p \wedge (q \vee r)$

定理31：$\vdash (p \supset q) \wedge (p \supset r) \supset (p \supset q \wedge r)$

定理32：$\vdash p \equiv \neg\neg p$

定理33：$\vdash \neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee \neg q$

定理34：$\vdash \neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

定理35：$\vdash p \equiv p$

定理36：$\vdash (p \supset q) \equiv (\neg p \vee q)$

定理37：$\vdash (p \equiv q) \equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)$

定理38：$\vdash (p \equiv q) \supset (\neg p \equiv \neg q)$

定理39：$\vdash p \equiv p \wedge (q \vee \neg q)$

定理40：$\vdash p \equiv p \vee (q \wedge \neg q)$

定理41：$\vdash p \supset (q \supset p)$

定理42：$\vdash p \equiv p \wedge (q \vee \neg q \vee r)$

定理43：$\vdash p \equiv p \vee (q \wedge \neg q \wedge r)$

定理44：$\vdash (p \equiv q) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

命题演算出发点加上定理部分就是命题演算的公理系统。以上的定理已包括了该系统内命题演算重言式的全部类型，所以是完全的。

迄今为止，在数理逻辑中出现过几十个为世公认的公理系统，它们的差异只是在于作为出发点而提出的初始概念、公理、形成规则、基本推理规则的不同，而其基本思想则是一致的。

（3）演算的特征

数理逻辑采用形式语言、公理学方法，借助于推演规则（变形规则），使系统中的函数式可以由此推彼，表现为演算的性质。

它的演算是通过符号的变换体现出来的。我们在讲解命题演算的出发点时对定理1的推导，就表现为命题演算。我们再举一个谓词演算的样式：

例 1：

$V_X(A_X \supset B_X) \wedge V_X(B_X \supset C_X) \supset V_X(A_X \supset C_X)$ 证：

① $V_X\ (A_X \supset B_X)$ 〔前提引入〕

② $V_X\ (B_X \supset C_X)$ 〔前提引入〕

③ $(Aa \supset Ba)$ 〔①全称消去〕

④ $(Ba \supset Ca)$ 〔②全称消去〕

⑤ $(Aa \supset Ca)$ 〔③、④假言三段论〕

⑥ $V_X\ (A_X \supset C_X)$ 〔⑤全称引入〕

⑦ $Vx\ (Ax \supset Bx) \wedge Vx\ (Bx \supset\ (x)\ \supset Vx\ (Ax \supset Cx)$

〔条件合取〕

证毕。

在此演算中，我们是把注意力集中在符号变换上的。符号演算的特征更鲜明地揭示了数理逻辑所具有的数学性质。

数理逻辑的三大特征表明，作为数理逻辑研究对象的真值函数和命题函数，是纯数学关系，它与思维的形式结构是非常不同的。

4. 从历史发展看的对象性质

数理逻辑是数学，这一结论也可通过考察数理逻辑发展史而得到证明。

数理逻辑的兴起和发展，主要从两条路而来。

一是人们感到当时形式逻辑之不足，难于对数学有所应用，因此需要借助数学的方法来加以改造，使形式逻辑适应数学发展的需要，这方面努力的结果，使得人们最终撇开思维形式结构的其他有关因素，而仅仅将一定的形式结构理解成特殊单一的，以真值为赋值域的函数关系（只要不把问题绝对化，这在一定程度上是有意义的）。从对逻辑的分析中发展出了一门应用数学。这段历史，从莱布尼茨（G·w·Leibnitz

1646——1716)明确提出有关逻辑演算的思想开始，中经德摩根(A·Domorgan 1806——1878)，布尔(G·Boolo 1815—1864)，弗雷格(G·Frogo 1848——1925)，最后完成于罗素(B·Bussoll 1872——1970)。罗素在与怀特海合著的《数学原理》(三卷)这本巨著中，建立了命题演算和谓词演算的完整体系，从而使数理逻辑得到了确立。

数理逻辑产生的第二个原因，是对数学基础研究的结果。从历史上说，数学曾发生三次大危机，它使数学基础问题发生三次大争论。第一次是古希腊时代无理数的发现，使古代人以为"只有可通约量"的信念受到致命的打击。为了解释无理数的存在，为了处理无理数，古希腊人发展了比例论，从而建立几何公理系统(我们很有理由说，欧几里德《几何原本》的公理系统，是这次无理数争论的产物)。第二次是十七、八世纪关于微积分基础的争论，具体地说，即关于无穷小的争论，它一直延续到十九世纪，结果得出了极限论以及无理数的算术理论。这次争论很难说已得到解决，因为争论未完，马上引起第三次争论，即集合论悖论的出现，从而导致数理逻辑的蓬勃发展"。①

通过研究数学中的一系列问题，数理逻辑逐步形成了如下的数学分支：

公理集合论：利用公理化的方法对集合论加以研究，是关于集合的数学理论。

证明论：研究数学证明的理论。

递归论：研究可计算性理论，给出算法的精确定义；研究可证明性与可计算性之间的关系。

模型论：分析形式系统中"真"的概念的可定义性，研

① 莫绍揆：《数理逻辑初步》，上海人民出版社1980年8月版，第20页。

究形式系统和数学模型之间的关系。

数学基础：研究数学基础问题以及数学与哲学之间的关系。

数理逻辑与计算机：研究数理逻辑在计算机科学中的应用及其相互关系问题。

作为以上各分支的基础的东西，则是"两个演算"。

由此可见，由历史上两条路发展起来的数理逻辑，它所讨论的主要是一系列的元数学的问题，既是元数学，又是应用数学。

本节小结：

以上，我们比较了形式逻辑和数理逻辑在研究对象上的区别，兹小结如下：

形式逻辑以人们的思维形式为自己的研究对象；主要研究思维的形式结构。

数理逻辑的研究对象是真值函数和命题函数。

真值函数和命题函数是与思维形式根本不同的。第一，它并不包括所有的思维形式的序列；第二，它也并不包括思维形式所具有的整体特征。

真值函数与命题函数是和思维的形式结构不同的。第一，思维形式结构的联系并不都表现为函数关系。第二，思维形式结构只是作为思维形式系统中的一要素而存在，没有任何部分是纯粹的函数关系。

因此，形式逻辑和数理逻辑的研究对象根本不同。

作为形式逻辑研究对象的思维形式表现为一定的形式结构与一定的客观根据（又总与一定的思维内容相联系）一定的语言表达这样："三位一体"的整体。形式逻辑系统地研究

这些特点，因而是一门关于思维认识的科学。

作为数理逻辑研究对象的真值函数，命题函数则表现出符号化，形式系统化和演算的特点，这正是一门数学所特有的。因而正统数理逻辑是一门数学。

总之，不能把对思维形式系统的研究与对某特殊函数的研究混为一谈。二者的研究对象和由以表现出的基本特征都是不同的。

第二节　形式逻辑和数理逻辑的研究目的不同

每门学科，都有自己所需要解决的基本问题，这也可称之为该学科的研究目的。

广义地说，各门学科都具有共同的目的，都是为人们认识世界，改造世界服务的，这表现为目的的一般性。

特殊地说，究竟如何服务于这个根本的目的，不同的学科表现出不同的性质，不同的侧重和不同的角度，这表现为目的的特殊性。

在此，我们不打算讨论广义的目的。它似乎是无可置疑的，而且人们对此已说了足够多的话。但是，对于一门学科的特殊目的来说，情况就不是那么乐观了。许多学科的研究对象和研究目的一直处于激烈的争论之中，孰是孰非，难见分晓。它表明了人们对该学科已有认识的不足和现有认识的深化，这是值得我们注意的。

科学发展史上有许多这样的情况：一门学科最初的研究对象和目的，在学科以后的发展中会产生不同的变化，结果它现有的研究目的与历史相比竟完全不同。一个明显的例子

是哲学。哲学最初的研究对象包罗万象，认识的一般目的也就是它的唯一目的。以后随着科学的进步，哲学逐渐从许多具体的研究领域退出，终至成为系统地研究世界观的学问。其具体目的也明确为解决认识中的主观和客观的关系问题。一般来说，各门学科的产生发展中都或多或少有过这样的变化。其原因一方面是由于人们在实践中有新的发现，导致了某些新学科的产生，改变了已有学科的研究领域，使人们对已有学科的研究对象，认识作用等有了新的更全面的科学认识。另一方面，也在于学科对象、手段，目的的统一，往往并不是一开始就尽善尽美的，在其发展过程中产生的现实的统一又往往和人们原始的设想非常不同。这样，就使我们认定一个事实：我们必须根据某类学科现有的，确定的研究对象和基本内容来考察它的研究目的，而决不仅仅是根据某些主观的愿望或该类学科在历史上最初产生的原因来考察这门学科的研究目的。这一点，大概是不会有什么疑问的。

一、形式逻辑是从思维形式方面规范人们思维正确性的科学

1．思维的目的和思维的现实

什么是思维？通常对思维的定义是："人脑对客观事物的间接的和概括的反映"。这个定义其实是很武断的，也可以说是很不确切的。

怎么算是"对客观事物的间接的和概括的反映"呢？让我们先看一看"间接的和概括的"指的是什么意思？关此，有的书上写道：

"思维的间接性表现在理性认识来源于感性认识，它必须借助于感性材料，经过大脑的加工制造，才能取得对客观事

物的本质的认识；思维的间接性还表现在人在进行思维时，是间接地，通过其他过去所掌握的知识推导出新的知识。”

“思维的概括性表现在，它是从许多个别事物的各种各样的属性中舍去表面的，非本质的属性，把握一类事物的内在的，本质的属性。思维不是对个别事物的可感知的，非本质的特性的反映，而是对事物的一般的，本质的性质的反映”。①

这意思就是说，思维是借助于感性材料，经过头脑的加工制造，而对客观事物的一般的、本质的性质的反映。既然所反映的不是事物的表面的，非本质的属性，那么，这个“反映”就应该是和事物本身相一致的了。可是，事实却并不尽然，我们常常会遇到，人们经过思维而取得的认识和现实是并不一致，或不尽一致的。

这是因为即使是相同的感性材料，在不同的社会经历，不同的知识水平，不同的思想方法、不同的立场观点，不同的利害关系等因素影响下的不同的人的头脑中，其加工制造也是不尽相同的。因此，对同一事物的看法就会有观点的差异，意见的分歧，但客观真实却只有一个，这就形成了思维（反映）有正确和错误之分。符合客观真实的思维是正确的思维；不符合客观真实的思维是错误的思维。思维既然是“对客观事物的反映”，而且还是“对客观事物的一般的，本质的性质的反映”，那么，错误的思维算不算对这个事物的“反映”？尤其是算不算是“对事物的一般的，本质的性质的反映”呢？譬如，给张三画像，画的结果，不象张三倒象是李四，那么，这张像究竟算是张三的画像，还是李四的画像呢？反映者不同于被反映者，却相同于未被反映者，这种现象是并不少见的。有这样一个案例：

① 《形式逻辑》，中国人民大学出版社1984年版，第8页。

被告和被害人是朋友。有一天，被告去看望被害人，在敲门时无人答应，被告即推门而入，在门上留有指纹。进屋后，发现被害人已死，凶手杀人的匕首留在被害人的尸体旁边，被告无意中还拿起看了看，因此在匕首上也留有指纹。之后被告因怕受连累，惊恐之余悄悄离去，没有报案。根据现场留下的指纹，被告被指控为杀人犯后判以死刑，但事实上被告却是无辜的。

认为被告是凶手的这一断定，并没有反映出这一事实的真象。因为事实上杀人凶手是另外的人，而不是被告，这能否算是对这一客观事物的一般的、本质的性质的反映呢？然而办案人却的的确确是经过思维的，的的确确是在现场中被告的指纹这一感性材料的基础上，根据对凶器上的指纹与凶手的联系，这一已有的知识，而在进行推断的，但是，其结果却是错误的，亦即和客观的真实情况是不相符的。由此可见，思维并不就是对客观事物的一般的、本质的性质的反映，它和“对客观事物的一般的、本质的性质的反映”的外延是并不等同的。

那么，是不是说，思维就不是对客观事物的一般的、本质的性质的反映呢？当然也不能这样说，思维是一种思想活动，它只反映客观事物的一般的，本质的性质，只是一种可能、必须和目的。也就是说，只有经过思维，人们才有可能达到对客观事物的一般的、本质的性质的反映。人们若想对客观事物获得一般的，本质性质的反映，就必须在感性材料的基础上，经过思维才能达到；思维的目的就是为了达到对客观事物的一般的，本质的性质的反映。这就是说，人们若想对事物有一般的，本质的性质的反映，不通过思维是办不到的。但是思维并不是一下子就能做到对客观事物的一般的，本质的性

质的反映的。思维达到对客观事物内在的本质的反映，是需要经过实践，认识，再实践，再认识的过程来实现的。在实践中不断纠正错误的反映，最后达到对事物本质性质的反映。思维之如实反映客观真实是一个由不正确到正确的思维运动过程。这种思维运动是人脑的特殊功能，在这个过程中，必须排除一切主、客观不利因素的干扰，才能达到理想的彼岸。否则，即使是“思维”了，也不一定就能如实地，正确地反映客观其实。

2. 思维的错误和原因

思维不是必然和客观事物相一致的，而是会有错误的。从思维本身来说，思维的错误可以体现在两个方面，一个方面就是思维内容；一个方面就是思维形式。二者又是密切相关的。反映一定客观事物的内容须以一定的形式方表现出来。一定的形式结构（逻辑形式）又有一定的客观根据，它是客观事物关系的抽象，也只能再回到与之相适应的，反映某种客观事物的思维内容上去。一个正确的思维过程，就是根据真实的思维内容来选取一定的思维形式的过程。在这种选取过程中，真实的思维内容所具有的客观事物关系与一定的思维形式的客观根据重新认同，二者是一致的。反之，如果思维内容不真实（没正确表现客观事物的关系），或者思维形式不正确，思维就不能如实和正确地达到反映客观真实的目的，就会产生思维错误。对此，我们再以前述所举的由指纹判定谋杀凶手的案例为例，进行些分析：

根据事实情况可以看出，办案人不外是运用以下某种推理形式来进行推断的。

①如果这个人是凶手，那么在凶器上就会留有这个人的指纹；凶器上有这个人的指纹；

所以，可以断定这个人是凶手。

②如果凶器上有这个人的指纹，那么，这个人就是凶手；

凶器上有这个人的指纹；

所以，可以断定这个人是凶手。

③只有凶器上有这个人的指纹，这个人才是凶手；

凶器上有这个人的指纹；

所以，可以断定这个人是凶手。

④只有这个人是凶手，凶器上才会有这个人的指纹；

凶器上有这个人的指纹；

所以，可以断定这个人是凶手。

以上四式都是假言推理形式。①和②是充分条件的假言推理，③和④是必要条件的假言推理。在这里，大前提是办案人的已有知识，小前提是现实情况，结论是办案人根据其已有知识，结合现实情况而做出的推论。我们可以看出：在大前提中，不论前、后件如何安排。它们都得出同样错误的结论。①是犯了充分条件假言推理由肯定后件到肯定前件的错误；③是犯了必要条件假言推理由肯定前件到肯定后件的错误；②和④虽然在逻辑形式上符合规则，但结论也是错误的。这是由于包括②、④在内的这四个推理形式，共同地犯了大前提思维内容不够真实的错误。因为"凶器上有某人指纹"和"某人是凶手"二者之间，在客观上已不存在必然的条件联系，它们既不必然的是充分条件，也不必然的是必要条件。因为第一，凶手不一定在凶器上留有指纹；第二，凶器上有某人指纹，某人也不一定就是凶手；第三，凶器上没有某人的指纹，某人不一定就不是凶手；第四，某人不是凶手，凶器上不一定就没有某人的指纹。二者之间所以失去了必然的条件联系，是由客观事物自身的变化而形成的。天下本来没有相同的指纹，因此，指纹是侦破工作的有力线索。但由于时代的

前进，科学的发展，犯罪分子也变得聪明起来，有预谋的杀人犯，几乎没有不戴手套作案的。因此，真正的杀人凶手往往在现场上并不留下指纹；相反的，不是杀人凶手倒会不经意的在现场留有指纹，这就使上述本来有密切联系的事件，变得失去必然的联系了。从而作为反映这一事件的假言判断，无论其前、后件怎样安排，都失去了必然的真实性。

分析这个例子是为了说明：思维是不一定正确的，它是有可能错误的。它不等同于“对客观事物的一般的，本质的性质的反映”。思维的错误既可以体现在思维内容方面，也可以体现在思维形式方面，思维形式又是由思维内容决定的。如果思维内容不真实，即使表面上看起来思维形式是正确的（符合逻辑科学已总结出来的规则的），也不会得出正确的结论，因而也不会达到正确反映客观事物的目的。

此外，语言形式的不当也是导致思维错误的重要因素。语言是思维的外衣，是思维的直接现实，没有语言的赤裸裸的思想是不存在的，思维只有借助于语言才能进行。人们所看到的只是借助语言外衣而体现出的思想，人们只能透过语言外衣去把握思想。正因如此，所以准确，恰当的语言形式也是保证思维正确的重要条件。语言的不准确，不恰当也会导致逻辑上的错误。

某报上有一篇“一分钟小说”，描述一位“刘老”，他不仅是理科权威，而且擅长水墨。文中写道：“在五十来年的坎坷人生和教学生涯中，他确是做到了‘桃李不言，下自成蹊’。如今到了知天命的年纪，唯一的愿望就是以自己的绵薄之力，再多为国家培养几个研究人才。”

由于刘老作画，原不为人所知，倒也安静。后被人发现，消息传出。索画者蜂拥而至，就使刘老应接不暇了。文

中写道："开始，刘老以古稀之躯，勉强敷衍，继而体力不支，只好让家人把所有习画尽飨索者"。

这样，两段文字就出现了问题，令人不禁要问：刘老究竟多大年纪呢？根据《论语》所说："三十而立，四十而不惑，五十而知天命，六十而耳顺，七十而从心所欲，不逾矩"，刘老在前一段文字中当是五十岁（知天命）了。可是根据杜甫的"酒债寻常行处有，人生七十古来稀"的诗句来说，在后一段文字中，刘老又是七十岁了。那么，刘老到底是五十岁，还是七十岁呢？刘老总不能在同时既是五十岁又是七十岁吧！如果在同时既断定刘老是五十岁，又断定刘老是七十岁，那就违反了形式逻辑的不矛盾律，那是不容许的。从全文来看，刘老决不会五十岁的年纪，就有五十来年的教学生涯。另外，根据我国的习惯，五十岁也还不能获得"老"字的尊称，因此，刘老当是七十岁了。

为什么一篇短文竟这样的令人犯捉摸呢？这就是因为作者错误地使用了"知天命的年纪"这个语词所致。从全文可以看出：作者实际是在断定刘老是七十岁的，他虽然用了"知天命的年纪"这个语词，他的目的也并不是要说明刘老是五十岁，但由于他对"知天命"这个语词的错误理解，将"知天命的年纪"错误地理解为七十岁，这就造成了思想表达上的混乱，产生了不应有的逻辑错误，因此，用辞不当，辞不达意，都会以辞害意，影响思维的正常进行和准确的表达。

由上述可见，思维是有可能犯错误的。这错误有可能是导源于思维内容的不真实；也有可能发生于思维的逻辑形式的不正确；还有可能是表现在语言形式的不适当上。思维内容，思维的形式结构（逻辑形式），思维的语言表达形式三者虽然是有区别的，有着不同的指谓，在特定的错误思维中，某方

面可能更明显、突出，但在思维实际中，三者却是统一的。思维的三位一体的特征从思维形式的角度考察，就表现为思维形式的一定的结构，该结构所具有的客观根据和一定结构的语言表达方式三者的统一。现实思维的错误不管发生在哪一方面，都直接间接地与思维形式有关：它或是结构错误（该结构不具有成立的根据，如由肯定假言判断（充分条件）的后件而必然地肯定其前件）；它或是误用结构的错误（该结构有一定的客观根据，但却在违背其客观根据的条件下使用了该结构，如"天下雨"和"地湿"原本是一种充分条件关系，却误用必要条件的思维形式去反映），它或是语言表达上的错误，不管思维错误在哪方面更突出，都会影响思维的正确表达和如实地反映客观现实，阻碍顺利地认识客观事物，从而都是有害的。

3．"解剖学"、"病理学"和"保健学"

为了防止和纠正逻辑错误，就需要有一门研究用自然语言思维的逻辑形式的规规和规律的科学，用来总结思维怎样才能正确，怎样就是错误的，怎样就可以防止和纠正错误，以规范人们的思维，使思维能从逻辑形式方面保证达到对客观事物的一般的，本质的性质的反映，达到认识与现实的一致。形式逻辑就是这样一门科学。形式逻辑的研究目的是：它要通过对思维形式的系列、整体的研究，起到规范人们思维的正确性的作用。在医学中，有解剖学，病理学和保健学等学科，它们从不同的角度研究，探讨人体的生理结构、生病机制、和维护人体健康的一系列原理，方法。从这点看，形式逻辑研究思维形式的目的和作用倒与之颇有类似之处，可以说形式逻辑是从思维形式方面规范人们正确思维的"解剖学"、"病理学"和"保健学"。

形式逻辑必须研究系列的思维形式的整体。解析每一类思维形式的形式结构、结构的客观根据和语言表达方式；明确每一类思维形式在认识中的地位和作用，使人们不仅知其然，而且还知其所以然。这是思维的“解剖学”的一面。

思维发生错误，尤其是关于思维形式的错误，并不是偶然的现象。这些错误的发生，也有具体原因可探讨。象荒谬类比的错误，轻率概括错误，不分清概念的内涵和外延而造成的错误，误用不同判断形式的错误，推理中的“四名词”错误、中项不周延的错误，……。我们都可找出它们“发病”的机理而给予及时的“医治”。这是思维的“病理学”的一面。

在找到错误运用思维形式的原因和机理之后，我们也就可发现治疗的方法了。

根据思维形式的基本原理、机制和对误用思维形式错误的探究，我们就可以依探明的机理制定出一系列的规则。告诉人们应怎样正确有效地运用某种思维形式来进行思维，防止错误。从而从思维形式方面保证思维达到对客观事物的一般的，本质属性的反映，使思维真正如实地反映客观世界。这就是思维的“保健学”的一面。

综上所述，形式逻辑的研究对象是人们的思维形式，目的是规范人们对思维形式的正确运用。它根本地是关于人的思维的，并不试图直接对其他学科的研究对象进行讨论（历史上有个时期曾把逻辑抬得至高无上，结果被证明是错误的）。但是，因为一切的客观事物，都能成为人所思考的对象，所以，形式逻辑通过人的思维而与一切学科发生联系。在这一意义上我们说，“任何科学都是应用逻辑”。

形式逻辑和计算机理论，人工智能理论不同。后者在一定意义上直接和“电脑”的研究有关。它们不是直接规范人

的思维活动本身的，而是规范“电脑”对人类智能的运用。虽然“电脑”有部分替代思维的功能，能辅助人类思维，但是它们毕竟已是又一物质的存在了。有两点值得注意：一是它的独立性，通过给定的程序，电脑可独立地进行运算和操作；二是它的先天文化空白。正常的人脑，总是积累了大量丰富的文化因素，它是人们进行思维活动的坚实的基础，人类对思维形式的逻辑研究与运用直接与其基础有关。电脑则一无所有，它在一片空白上起步，所有的基础知识都需要通过一定方法构造后才能输入。“人类试探做出决定是依靠他们的生活经验和背后的普通感觉，而计算机则二者皆无。同时，计算机还缺乏将信息前后连贯起来的本领，除非程序设计者给它提供一个程序。例如，计算机很容易得出这样的诊断：“他怀孕了，除非人的思维警告它，只有女性才能怀孕。”①此外，电脑处理信息的方法，也与人脑有很大不同。前者以极高的精确性来保证结论的可靠性，后者的结论可靠性却是靠一定的复杂性来保证的，高精度与高复杂性是不兼容的。②由于以上一些原因，形式逻辑不能直接作用于电脑，它需要通过一定的中介——计算机理论，人工智能理论等等才能发生作用。形式逻辑只能直接作用于人们的思维过程。计算机理论，人工智能理论可以物化在电脑之中，但却不是用来规范（直接地）人们的思维过程的。作为计算机理论，人工智能理论的重要的数学工具，就是数理逻辑。数理逻辑的功用毕竟是与形式逻辑不同的。

当然，我们说形式逻辑直接与人的思维活动有关，它规

---

① JOOI N•Shurkin著：«专家系统新论»〔Technology Review，1983，11月12日，第86卷，第6期〕。

② 参见本章第三节提及的诺依曼“不兼容原理”。

范着人们思维的正确性，意思决不是为除形式逻辑外，其他学科就和人的思维无关了。我们的意思只在于：任何理论都需要通过人们的思维才能建构，但是人们建构不同的科学理论却有不同的目的，并不都是直接用来规范人们思维正确性的。首先，不研究思维本身的科学不会是直接为规范人的思维的正确性服务的。其次，即使有些研究对象与人的思维有关的科学如心理学，其目的也只是弄清人的思维活动中所具有的物理的机能，也并不用来规范人的思维的正确性。"从心理学的观点来看，不论是正常人的思维，还是疯人的狂想，都同样合乎规律，因为这种思维和那种思维都为因果关系所制约"。① 这和形式逻辑显然不同。形式逻辑要揭示出思维形式是怎样起作用的，怎样才能保证认识的真实性，因而它可对人的思维过程的正确性起规范作用。

现在，我们可以将形式逻辑的研究目的再作一如下的归结了：形式逻辑的研究对象是思维的逻辑形式。由于逻辑形式指的是由概念组成的判断，由判断组成的推理、论证的形式结构，因此，形式逻辑实际就是教给人们如何正确地运用概念、判断来进行推理论证的科学。它既提供给人们由已知求未知的方法，也提供给人们如何讲好道理的工具。思维是一种思想运动。因此，孤立静止的概念和判断，本来算不上是思维，它们只是推理、论证的元素和结果。在进行推理论证时，必须它所赖以进行的概念明确，判断恰当；在推理时，必须遵守其所运用的推理形式的规则；在论证时，必须做到有理有据，有论证性。因此，形式逻辑也是一门教给人们在用自然语言思维时，如何使概念明确，判断恰当，推理合

---

① [苏] И·Н·楚巴欣、Й·Н·布洛德斯基主编：《形式逻辑》，上海人民出版社1981年4月版，第9页。

乎逻辑规则，论证有说服力的规范性科学。它不仅是思维的“解剖学”，而且也是思维的“病理学”和“保健学”。它不仅剖析了思维的逻辑结构，而且还提出了正确思维的规范以及思维产生错误的原因，从而起到规范人们用自然语言思维时，不犯和少犯逻辑错误的作用。

二、数理逻辑的研究目的与形式逻辑不同

若要问数理逻的研究目的是什么，这就如同问数学研究的目的是什么一样，会有许许多多不同的回答，在此是不能一一详举的。我们在这里要说明的只是数理逻辑有不同于形式逻辑的研究目的。

1．初衷和现实

“在一切绝对可靠的科学中，当它们被严格证明的时候，都可以说是牵涉到一些更高的形式，这些形式一部分来自亚里士多德，一部分还利用了某些其他的东西。……这好象人们对少量的金钱毫不介意地一扔一接，如果是贵重一点的钱财特别是金币，就要数，如果是金刚钻的话，他就乐于尽力用手指头一个个地来数，这种数本来是最没有意思的，但也是最可靠的。……在重要的特别是神学的争论问题（例如上帝的本性和意志，同样也涉及到我们的灵魂等等问题）上，我们要以最大的耐心把各种理论加以分解，归化为尽可能简单的、尽可能摸得着的推理步骤，在这样的情况下，即使是最笨的学生也能没有错误地看出什么是推得出来的或什么是推不出来的。我们也将发现在重要的讨论中，人们常常被难住，不得不停止论辩，因为他们已不合乎形式了，正象人们把一个线球用不适当的方式乱解一气，就变成一个戈尔迪的结一样”。①

① 〔德〕亨利希·肖尔兹：《简明逻辑史》第50页。

以上一段话来自莱布尼茨写给友人的一封信。"人们提起莱布尼茨的名字就好象是谈到日出一样。"①

莱布尼茨想到了什么呢？这就是"把逻辑加以数学化的伟大思想"。莱布尼茨设想：把一般推理的规则改造成为演算规则，并建立一种符号系统。借助这种系统，我们可以通过符号的变换而达到精确的思维演算。莱布尼茨的思想无疑是新奇而深刻的。尽管在古代就有人提出过思维和计算的关系，那还只一种大致的想法。莱布尼茨超越的地方在于，"这种思想首先得有一种数学类型为必要条件，而这种数学类型在古代是完全不存在的。它是近代符号化的数学，这种数学是由韦达和笛卡尔发展的，莱布尼茨对这种数学有很大的功绩是因为他发明了微积分"。② 终于，他设想的目的在另一个大数学家那里得到了更明晰的描绘。1900年，希尔伯特在巴黎数学家会议上发言："我们要造成这样的一个结果，使所有推理的错误都只成为计算的错误，这样，当争论发生的时候，两个哲学家同计算家一样，用不着辩论，只要把笔拿在手里，并且在算盘面前坐下，两个人面面相觑地说：让我们来计算一下吧"。③

数理逻辑从它最初产生的原因方面看，确实兼具有使思维精确化，清除其中的模糊混乱的现象，规范思维的正确性的目的，这当然是令人激动的。但是后来发展的情况却表明它其实是给数理逻辑提了非常不恰当的要求，是难以做到的。

莱布尼茨本人并没有给出精确的形式系统。这和他关于

---

① 〔德〕亨利希·肖尔兹：《简明逻辑史》，第48页。

② 同上，第48页。

③ 同上，第54页。

概念内涵的思想有根本的关系。莱布尼茨认为真理由“不可约的”单一的概念组成，这些概念具有简单的、直观的、充分的、真实的、和谐共存的性质。莱布尼茨非常重视概念内涵和外延的关系。例如他在一篇论文中说道：“到现在为止，我们确定词的量是依据词的特性，当说“每个人是一个动物”时，意思本来是所有人的个体是归于动物类的。然而人们关心的确定的进程恰恰相反：“人是一部分动物。”实际是“动物”这个概念中一部分适用于人——“人是有理性的动物”。① 在这里涉及到的就是概念的内涵、外延的问题。莱布尼茨的内涵解释表明，真理的概念是既具形式，也具内容的，他对此极为重视。当然，如果能对这样一类的问题作出演算的处理，莱布尼茨也就达到了本来的设想。事实却是，对逻辑的内涵的解释却影响了莱布尼兹的逻辑代数的创造，使他在研究中不断遇到困难。普通的符号系统的建立至少要有这么个条件：符号和所思考的东西之间，必有一种一一对应的关系。“这就是说，对每一个所思考的东西而言，必有一个而且仅仅有一个符号（即所思考的东西的‘映象’）；反之亦然，对每一个符号必有一个而且仅仅有一个所思考的东西，我们把它叫做符号的‘意义’，”。② 试图既给思维形式以形式化、符号化，又试图保留思维形式原来各方面的基本的意义，这是不可能的。莱布尼茨没有完成他所提出的逻辑思维形式化的工作，没有留下符号逻辑的完整体系。他确实是想通过形式化的思维演算来把握真理的（使数理逻辑充分具有形式逻辑的功能），但他却没有成功。

在这以后，人们继续根据莱布尼茨的“通用语言”和

① 〔德〕亨利希·肖尔兹：《简明逻辑史》第42页。

② 同上，第52页。

"逻辑演算"的思想去构造数理逻辑，但已不试图对具有丰富意义的思维形式的整体多说些什么了。历史上，英国数学家布尔，完全采用了外延解释的方法，建立了逻辑代数。此后又经过不少数学家和逻辑学家的艰巨努力，最终创立了两个完全形式化的符号系统——命题演算和谓词演算。数理逻辑的确立，在一方面完成了莱布尼茨试图建立演算体系的使命，但这只是"形式地"完成了，失去的恰恰是莱布尼茨设想的重要部分——思维演算。我们知道，思维形式是一个系统，思维的形式结构也具有特定的"三位一体"的特征。脱离开思维形式系统，仅仅对结构以函数的考察，这是不能称之为对思维形式系统的形式结构的研究的。真值函数和命题函数确实是一种抽象，但却是没有受到思维形式整体特征限制的抽象。抽象所得的意义和人们在日常运用思维形式进行思维的意义可以完全不同。例如

例1：

如果所有的事物都是运动发展的，那么就有事物是运动发展的。

例2：

有X与所有的y和有的z有关系H。

对例1、例2我们分别给出命题函数式。

先看例1：

以"H"代"事物"、"S"代"运动发展的"，

则有：

$\forall x\ (Hx \supset Sx) \supset \exists x\ (Hx \wedge Sx)$

读为："对任一x而言，如果，若X是事物，则x是运动发展的；那么，存在x，x是事物且X是运动发展的"。

我们将上式置换为一前束范式。

推导：

① $\forall x\,(Hx \supset Sx) \supset \exists x\,(Hx \wedge Sx)$ （前提）

② $\forall x(Hx \supset Sx) \supset \exists x(Hy \wedge Sy)$ 〔变项易字〕

③ $\exists x \exists y\,((Hx \supset Sx) \supset Hy \wedge Sy)$ 〔量词前移〕

行③是该式的前束范式。

读为："存在X和存在y，如果，若X是事物，则X是运动发展的；那么y是事物且y是运动发展的"。其语义已和例句有很大的区别了。

进一步，我们还可以对该函数式进行化简：

① $\forall x\,(Hx \supset Sx) \supset \exists x\,(Hx \wedge Sx)$ 〔前提〕

② $-\forall x\,(-Hx \vee Sx) \vee \exists x\,(Hx \wedge Sx)$ 〔①销去"$\supset$"〕

③ $\exists x\,(Hx \wedge -Sx) \vee \exists x(Hx \wedge Sx)$ 〔②内移"—"〕

④ $\exists x\,(Hx \wedge -Sx) \vee (Hx \wedge Sx)$ 〔③量词前移〕

⑤ $\exists x\,(Hx \wedge (-Sx \vee Sx))$ 〔④化简〕

⑥ $\exists x\ Hx$ 〔⑤化简〕

引⑥是化简的结果。

读为："存在X，X是事物"。完全没有原语句的意义了。

再分析例2。

例2可用命题函数表示为：

$\exists x \forall Y \exists u R\,(x、Y、u)$

该函数式可作一司寇伦范式，其结果为

$\exists x \exists Y \exists u \forall Z\,((R\,(x、y、u) \wedge -s\,(x、y)) \vee S\,(x、z))$ （具体推导过程从略）。

读为："存在x，存在y，存在u和所有z，或者x、y、Z有关系R，且x、y没有关系S；或者x、Z有关系S"。这和原来的语义有什么关系呢？没有。即便存在着某种关

系，是更清楚了还是更让人费解了呢？这，不说也就明白了。

数理逻辑在它以后的发展中，逐渐清除了它早期所具有的幻想。如果说，在希尔伯特时对此还是满怀希望的，那么到了哥德尔之后就该完全清醒了。王浩先生明白指出："认为研究数理逻辑首要的是从事形式思维，这是一种通常的误解。重要之点却是使'形式的'这一概念精确化，因此能数学地进行关于形式系统的研究。这就给数学别开了新生面。"①

数理逻辑的研究目的并不直接用来规范人们运用思维形式进行思维的正确性，它自有完全不同于形式逻辑的目的。如果说，数理逻辑是莱布尼茨设想的产物，那么，它却成了一种与莱布尼茨想象完全不同的产物。当然，它是大可不必为此而感到"内疚的"。

2．"使'形式的'这一概念精确化"的代价

"使'形式的，这一概念精确化，因而能数学地进行关于形式系统的研究"。王浩先生的这句话确实道出了数理逻辑不同于形式逻辑的研究目的。通俗地说，数理逻辑研究真值函数和命题函数的本意，并不在于具体的讨论某个重言式，普遍有效式与什么样的思维形式结构相对应，这一个重言式与另一个重言式在构造上的不同有什么意义，各有什么认识作用，……相反，它是关于整个系统的。它试图对整个系统的特征作出精确的数学分析：什么是系统的完全性，不矛盾性？什么是公理的独立性？什么是可计算性？等等。数理逻辑近几十年的发展，一系列重大成果的取得和一块块新的领域的开拓，似都证明了这一点。② 数理逻辑所得到的结果，对整个科学认

① 王浩：《数理逻辑通俗讲话》第14页。

② 参见王浩的《数理逻辑通俗讲话》。

识的发展、尤其是数学的发展都具有极大的意义。但由此而付出的"代价",却是它不可能有对具体的思维形式结构的系统的研究，不可能具有形式逻辑的研究目的。

这里有两种情况：

首先，抽象的同构和具体的原型是有区别的。

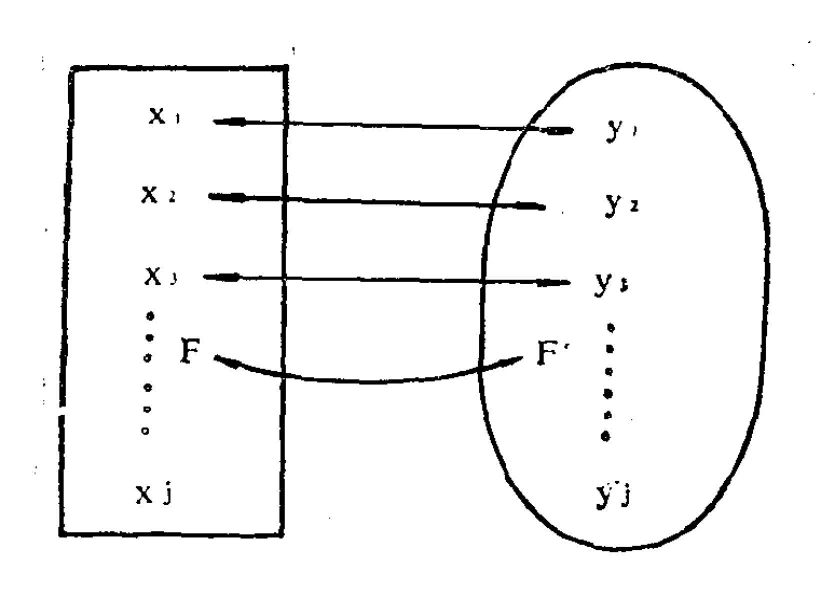
所谓同构就是结构相同。凡在组织结构方面保持一定的对应关系的两个过程，我们就称之具有同构的关系，它是一种保持信息的传递。用数学语言来说就是：对于集x与y，

① x中的任一元素X_i，都对应集合y中的一个元素Y_i，反之亦然。

② x中元素X_i到x_j的变化规则F也一定对应y中的一个规则F′，即：

$$X_iF_j = Y_iF'Y_j$$

则集合X和Y就称为同构。如图所示：



根据同构的性质，在数学上我们需要研究某个系统的整体特征时，就可寻找一种能行的方法，通过它把该系统的各部分都串连起来，形成一个与原系统过程①同构的过程②。这

样我们通过对过程②的研究就可以得到原系统过程①的一些方面的特性。举个通俗的例子说："芦沟桥的狮子数不清"，桥上的石狮子单凭扳指头点数是有困难的。怎么知道总共有多少狮子呢？可以设想带上袋豆子和一只空碗，使一粒豆子对应一个狮子，数一只狮子就向碗里扔一粒豆子，最后我们只要数数碗里有多少豆子也就可知道整个芦沟桥有多少狮子了。这个实验还可以再细一些。我们不仅想知道总数，而且还想知道其中完好的狮子与破损的狮子各有多少，那么可带上两种不同类的豆子，使一粒甲豆对应一只好狮子，一粒乙豆对应一只损坏的狮子，……结果，我们还是可根据这种新的同构关系得知有关整个石狮系统的三个因素：好狮若干，坏狮若干，整数若干。显然，实验还可以再细分下去，其结果就会使我们对整体的特征有更多的了解。

根据同构的原理，我们有可能通过解释（如果这种解释是可行的）使两个具体意义毫不相干的系统过程建立起同构关系，从而就可有效地了解有这种关系存在于其中的系统，其总体具有什么性质。例如

例1： $5+3=8$

我们试以：P解释5

V解释+

q解释3

⊃解释=

r解释8

于是就得到：$p \vee q \supset r$。在这种一一对应的解释中，$5+3=8$的系统与$p \vee q \supset r$的系统就有某种同构关系。

同构的研究可告诉我们系统整体的性质。但是很显然的，我们却不能根据这种关系去把握系统中某个具体公式的

意义。即对符号系统 $p \vee q \supset r$ 的研究并不能告诉我们 $5+3=8$ 的具体意义。或者说，我们虽能知道狮子的总体的一些特征，但并不可能知道其中具体某狮的结构，也不能通过对某粒豆子的具体研究来得知某个具体的狮子的性质。更不是为了研究豆子。如果我们以石子来取代豆子，并使它建立上述同样的关系，那么我们仍然能得到系统整体的性质，而不必顾及同构原型的某些特殊性。

同样的道理，数理逻辑利用真值函数和命题函数研究形式系统的整体的性质，也是以牺牲该类函数与思维形式的特殊关系为代价的。

在数理逻辑中，它的一系列公式是一个结合体，它由基本的命题变元通过联结词的联结或加上否定的量词而构成，其核心是真值联结词。①毫无疑问，如果要通过数理逻辑研究一类一类的思维的形式结构，那么其真值联结词的意义至少要保持不变（我们且假定它们来自于对逻辑联结词的抽象）。如同只有通过同类的豆子才能研究该类豆子（而总不能通过黄豆来研究绿豆，更不能通过石头来研究具体的豆子），保持两者基本性质上的一致性是最基本的条件。但是事实却不是这样。数理逻辑为研究整个形式系统的性质，完全可赋予真值联结词以不同的意义，它可与具体逻辑联结词的性质根本不同。例如，一个明白的例子是关于命题演算系统诸公理的独立性的证明。②

公理的独立性的通俗意思是指，作为命题演算出发点的诸公理，彼此要相互独立，缺一不可，任何一个公理都不能从其他公理推演出来。在本章第一节所引用的命题逻辑中，

① 参见〔日〕末木刚博士等著：《逻辑学——知识的基础》第五章。

② 具体的证明过程，参见王宪钧著：《数理逻辑引论》第94页——第98页。

共有四条作为出发点的公理。为了证明它们都是独立的，在证明的过程中，对命题变元和逻辑联结词等的值可作完全任意的解释。

例如，在证明公理（p⊃(p∨p)）〔可置换为（—p∨（p∨q））〕独立于其他三条公理时，设定命题变元有四个值（而不是形式逻辑意义上的真假两值）：0、1、2、3逻辑联词"—"和"∨"用等式解释为：

甲：—0＝1，—1＝0，—2＝0，—3＝2；

乙：0∨0＝0∨1＝0∨2＝0∨3＝0

1∨1＝1∨2＝1∨3＝1

3∨3＝3；

但是，当要证明公理（（p∨q）⊃（q∨p））〔可置换为（—（p∨q）∨（q∨p））〕时，虽还是设定命题变元有同上的赋值，但是真值联结词"—"，"∨"却有了不同的解释：

甲：—0＝1，—1＝0，—2＝3，—3＝2，

乙：0∨0＝0，∨1＝1，∨0＝0，∨2＝2，

∨0＝0，∨3＝3，∨0＝0

1∨1＝1，1∨2＝2，∨1＝2，1∨3＝3

∨1＝3，2∨3＝0，3∨2＝3，2∨2＝2，3∨3＝3

显然，证明公理（（p∨q）⊃（q∨p））独立性与证明公理（p⊃（p∨q））的独立性，其真值联结词的意义是不同的。而且必须是不同的。其他两条公理的证明情形也相仿佛。

因此，这里就有一个问题，如果可以对真值联结词任意解释的方法证明公理的独立性，那么这些真值联结词的意义

必定与形式逻辑中的逻辑联结词的意义不同，而且真值联结词在不同的论域其自身的意义也不同；如果要坚持本来的，形式逻辑中的逻辑联结词的意义，那么它就不能证明系统公理的独立性。二者必居其一。数理逻辑取前者而舍后者，因此，它不可能对具体的思维的形式结构进行研究。其真值联结词意义的变换，仿佛如在数芦沟桥的狮子时，究竟用石子还是用豆子，一切依方便，需要而定。但人们并不研究这“石子”，“豆子”，也不可能通过它们去研究具体的“石狮子”，它和形式逻辑规范思维正确性的要求，实在是相去太远了。

其次，在思维的实际中，并不是任何的用自然语言表达的思维形式结构都可同构地转化成为数理逻辑的某个形式系统中的定理。

我们日常运用自然语言的思维活动总是在一定的文化背景中进行的，用“用这种语言进行的交流主要取决于语言的（即所考察的交流行动之前的表达）和超语言的背景（进行这交流行动的一般背景，引起这行动的动机、参与者的认识和情感的背景，等等”。① 它往往含有复杂的因素。但是在数理逻辑的形式系统中，其组成公式的因素都是经过严格定义的，公式的组成必然符合定义规则。它的一系列赋值规则，也是专门就有结构的定义域而言的。因此，只要日常某个思维形式中有一种重要的因素没被形式系统所定义，那么该思维形式结构就不能同构地转化为形式系统中的公式。例如在一阶谓词语言中，由于没有模态算子，就根本不能处理带模态的思维形式，比如“我愿意干活”之类的句子。能否

① M·A·Finocchiaro著：《科学逻辑和逻辑科学：朝向建立一门推理科学》〔Galiloo and the Art of Reasoning. D·Roiaol pub. Co, 1980年〕

通过形式语言定义我们日常思维中的足够多的因素呢？这至少在目前还是个问题。“在一次值得纪念的讨论会上，巴希勒尔哀叹这样的事实：形式逻辑学家(注：这是作者的原话，此处的“形式逻辑学”亦即数理逻辑，以下同）在研究自然语言论证上花力气实在太小了。他称这种局面是“人类最大的耻辱之一”，并挑战性地要求“在座的人举一个象样的自然语言论证给我看看，他们已成功地借助形式逻辑评价了其正确性。与会者响应这一挑战而制定了一张包括此项的书目表。考察了这些项目，就很容易相信巴希勒尔的话是中肯的。……巴希勒尔在另一场合，称下述问题是当代主要问题之一：‘现有的形式逻辑（注：即数理逻辑）……是否足以使一切确定度无论怎样的论证都形式化，它们用于日常语言中，或者至少用于科学，或者至少用于自然科学（在那里我说的形式化现在是指‘那些应用逻辑中的预备性操作，借之通过解释定义使日常语言句子适配逻辑形式’)？或者，为此目的是否需要某种更好的形式逻辑？或者，形式逻辑是否根本不能胜任这一工作？”①以上这段话应值得我们注意。退一步说，即使数理逻辑考虑了一定的因素而建立一定的公式，这种公式也未必和原来处于一定文化背景中的特定的思维的形式结构相同。例如

在日常思维中，一个正确的二准推理的构成式是：

如果 p 则 q，或者如果非 p 则 q；

　　P 或非 P；

所以：q。

但是，如果根据“正确的推理式都可表为相应的重言

---

① M·A·Finocchiaro《科学逻辑和逻辑科学：朝向建立一门推理科学》〔Galiloo and the Art of Reasoning, D·Reidel Pub, Co, 1980年〕

式”的观点，那就成问题了。

我们要是不考虑该推理的文化背景，仅简单地将推理形式化，就有公式：

$$(p \supset q) \vee (-p \supset q) \wedge (p \vee -p) \supset q$$

它不是个重言式，因为当q取值为假时，整个公式就是假的。

我们要是考虑该推理的文化背景并在形式化中表现出来①，就有公式：

$$((p \supset q) \vee (-p \supset q) \wedge -(-p \supset q) \wedge p \supset q) \vee ((p \supset q) \vee (-p \supset q) \wedge -(p \supset q) \wedge (-p \supset q)$$

它固然是个正确的表达式，是重言式，但是原推理形式所具有的那种使人“进退两难”的特征却没有了，因此，很难说它是二难推理式。类似情况很多，我们在本书第四章多有具体的讨论，此不一一。

综上所述，无论是同构的关系还是非同构的关系，在以上任一种情况下，数理逻辑似乎都难以具体地研究思维的形式结构，难以达到规范人们运用思维形式正确性的目的。当然，前面我们已经说了，数理逻辑并无必要为自己不是莱布尼茨所设想，希尔伯特所盼望的东西而感到“内疚”，它虽“不肖”，可却开辟了对形式系统研究的新天地，“给数学别开了新生面”，它的独特的研究目的，同样是人类的科学研究所非常需要的。

三、“知”与“智”

对形式逻辑和数理逻辑各自不同的研究目的的讨论，还

① 具体的分析请参阅本书第四章。

可使我们转向知识论方面的一个问题，即所谓的“知”，“智”之辩。

中国古代哲学家，逻辑学家荀子在他的《正名》篇中说：“所以知之在人者谓之知，知有所合谓之智”。就是说，人所有的认识能力叫做“知”，认识能力与外物相合者叫做“智”，即知识。拿今天的话说，前者即所谓“力”，“智慧”，后者即是知识。只是在用词上刚好与荀子不同。

英国哲学家芮尔在其《心的概念》（《The concept of mina》）一书中也指出知道是什么和知道如何做的区别。两者都属于知的行为但含意却大不相同。知道“天下雨则地湿”，或者“二加二等于四”是“知道是什么”——知识，知道如何骑自行车或如何弹钢琴就必须是“知道如何做”了——智慧，或者说是一种业已内化的技能。一个读通骑车须知而没有领会骑车经验的人仍是个不会骑车的人；一个熟读琴谱而没有练习指法的人同样算不上是会弹琴的人。知识和智慧固然不可混淆，但智慧可以包涵知识（有时智慧必须建构在知识的基础上）而知识不必（有时根本不能）包涵智慧是显而易见的道理。

在人类的认识实践中，知识和智慧都是在发展的，但两者所取的方式却迥然不同。

知识作为人们对客观事物的认识结果，它具有外在性。它可脱离产生它的特定的思维过程（不管在这一过程中，人们表现的智慧水平如何）而直接以结果的方式为人类所继承。前人认识的顶点，恰只是后人认识的起点。人类的知识越来越多，越来越新，其积累速度之迅猛，使如今世界达到了“知识爆炸”，“信息爆炸”的时代。因此，知识的发展，表现为人类的客观的和历史的累积。

和知识不同，智慧主要指认识问题的方法和能力，它总与特定的思维过程有关。认识能力在一定认识过程中表现出来，即使知识前提相同，每个人在认识过程中也表现出一定的（甚至是极大的）能力上的差异。智慧发展的重要性当然不低于知识的积累，但是，智慧能力的发展却是非累积的。对任何时代的任何人来说，都有一个重新建构的过程。所不同的是，这一过程可能自发地进行，也可以自觉地加以训练和规范，后者的特征就在于通过总结人们的思维经验，系统地研究思维形式的一系列因素，由此而总结出规律，给出规则，并使之内化为人们思维的技能。

形式逻辑是这么一门科学：

它以思维形式为研究对象，作为一门学科，积累和发展着人们关于这方面的知识。例如：亚里士多德提出了三段论，而斯多噶学派则发展了假言推理，至于关系推理等则又是以后的事了。形式逻辑的理论体系是在它的长期发展中，逐渐成熟和完善起来的，并且至今仍在改革和发展中。就此而论，形式逻辑是人们关于思维形式的知识学。

但是，形式逻辑绝不是仅仅以对思维形式的客观研究为目的。思维形式是人类智能活动所赖以进行的一种方式，形式逻辑的目的在于通过对思维形式的研究，使人们对此有自觉的运用，从这方面来自觉地训练思维的正确性。形式逻辑由思维形式的一般规律制定出一系列规则，这些规则是直接用来规范人脑的思维，用来防止和纠正思维错误的，一旦人们自觉地把握了这些规则，也就能使思维从思维形式方面保证达到对客观事物的正确认识。由此而论，形式逻辑又是关于智慧的科学。逻辑知识如果不能内化为人的思维技能，它就毫无意义（也难以存在），而一旦达到了目的，逻辑的作

用就表现为人们在学习逻辑之后的正确运用思维形式能力的提高，分析、研究问题的能力的提高。一句话，表现为人的智慧的重新建构和发展。可以说逻辑是指导人们思维和理性的艺术。例如：

某中学课本上有"鼾声"一词，有学生问什么是鼾声。课文上没有定义，任课老师恰好学过形式逻辑的定义理论，据此总结平时的经验给鼾声下了个属加种差的定义：鼾声是人或动物睡着时粗重的呼吸声。课后翻查词典果然如此。

当然，这不过是运用逻辑知识指导思维的极微不足道的小事例罢了，至于自觉运用逻辑知识来了解，分析情况，研究解决问题的事例，在日常生活中就更比比皆是了。形式逻辑目的就是要解决人们思维中的概念明确，判断恰当，推理合乎逻辑，论证有说服力的问题，提高人们的智力水平。

数理逻辑则不然，它确实是一门在现今科学发展中愈益占有重要地位的数学。它的抽象公式及人们对整个形式系统的考查无不显现了人类的高度的智慧。例如哥德尔证明不完全性定理的构想和高度的技巧至今仍为后人所惊叹。但是，数理逻辑又确实的一门关于研究对象的纯粹的知识学。由于它并不研究思维形式等方面的问题，它在实际上和人们现实的思维活动是没多少直接的联系的。它并不能直接帮助人们自觉提高运用思维形式进行思维的能力或智力。如果说数理逻辑也于提高人们的认识能力有所助益，那主要是就客观知识积累的方面来说的，即在不同的客观知识的前提下，同样的智力却可有不同的效力，形式逻辑在研究目的（与研究对象有直接关系）中所表现出来的慧学的特点，恰恰为数理逻辑所不具有，这也从一个侧面反映了两门学科的重大区别。

本节小结

形式逻辑和数理逻辑的研究目的是不同的。

形式逻辑的研究目的是，通过对思维形式结构的系列，整体的研究，起到规范人们思维的正确性的作用。

思维是对客观事物本质的反映。但这只是它的目的，思维只有排除一系列主观的错误才能达到自己的目的。造成思维错误有许多原因，它们直接或间接地与对一定思维形式的运用有关。为使人们能正确地运用思维形式、形式逻辑必须系统地研究每一类型的思维形式结构的要素，原理和机制；研究思维错误和思维形式结构的关系，弄清其机理；通过以上的研究，制定出系列的规则以规范思维的正确性。所以，形式逻辑是关于思维的"解剖学"、"病理学"和"保健学"。

数理逻辑的研究目的是与形式逻辑不同的。"认为研究数理逻辑首要的是从事形式思维，这是一种通常的误解。重要之点却是使"形式的"这一概念精确化，因而能数学地进行关于形式系统的研究"。数理逻辑通过特殊的函数关系研究形式系统的整体特征，它对于科学尤其是数学的发展无疑具有重要的意义。但是，数理逻辑并不研究具体的思维的形式结构，因此它是不能起到规范人们正确运用思维形式进行思维的作用的。尽管在数理逻辑产生的早期，人们有过思维演算的期望，可在实际上发展起来的数理逻辑却是一门研究对象和目的都全新的学科。

两者的区别还在于：形式逻辑所研究的思维形式是人类智能活动赖以进行的主要形式，将逻辑知识内化为人们的思维技能的过程，也就是一个开发智力的过程，所以，形式逻辑就其研究目的来说又是一门智慧学。当然，这一特征也是

为数理逻辑所不具有的。

第三节　形式逻辑和数理逻辑的语言工具不同

一、形式逻辑和自然语言

形式逻辑是以自然语言来表述和要求人们的思维形式结构的正确性的科学，自然语言是形式逻辑的重要研究手段。

1．形式逻辑的研究对象决定了使用自然语言的必要性

形式逻辑的研究对象是思维的形式结构。思维形式的整体特征告诉我们，思维的形式结构是有一定客观根据和有一定语言表达形式的整体。这就要求作为研究手段的语言具有丰富的表现力，这只能是自然语言。因为自然语言具有信息容量大，表现力强的特点，适合于表达对思维形式结构的复杂整体的研究结果。

例如在形式逻辑中，思维形式三位一体的特征总是与一定的自然语言表达联系着。当我们使用“虽然A但是B”时，它不仅仅是表示一种并存的关系，也传递了在思维形式的内容上，A与B必须有相关性质的要求；也表达了这一类型的联言判断的成立，还有赖于“语句转折性”的语言表达意义的要求（与同类联言判断比较）。又如二难推理（详见第四章），一个正确的二难推理式，既有形式结构上的要求，又有对构成二难推理的判断，其内容应有特殊联系的要求，还应表明那种令人必选其一，结果却进退维谷的势态。这些，若离开自然语言都是难以做到的。再譬如，逻辑基本规律的表述也不能离开自然语言（详见第五章）。如此等等。自然语

言最适于传达思维的深度和细微的差别。诚然，自然语言的信息容量是靠复杂化和精确不够（模糊）得来的，但只有自然语言才能表达大的信息量。同时，又因为自然语言有一定的冗余量，因此，它才能表达新的思想，而这也是逻辑理论发展的语言准备。例如，我们可举出有关比较的一些词。

例 1：

“比较是整理经验材料的逻辑方法。它是通过对比来确定两个或两类事物的共同点或不同点。”① 类比也是一种比较，“只不过它着于两事物之间的相同点，而不注重不同点。”②

例 2：不完全类比与不严类比：

类比中也有许多不同的种类，如完全类比与不完全类比、严格类比与不严格类比，等等。

“不完全类比是根据两个或两类事物的一些属性相同而推测它们在另一属性也可能相同的类比推理。”③

“不严格类比是根据两个或两类事物，在已知的一些属性上相似，推测出它们在某一个新的属性上也相似。”④

不完全类比和不严格类比几乎可说是极为近似的，但前者的重点在强调结论的或然性，后者的重点则在指出人们不知道推出的新属性是否依赖于前那个已知的属性。

我们还可举出在逻辑学中常见的“矛盾”一词，它原先的意义主要指一般的对立状况，其它方面的对立意义在以后才逐渐被揭示：

---

① ② 《逻辑学小辞典》，吉林人民出版社1983年1月版，第278页。

③ 同上，第30页。

④ 同上。第31页。

——“指客观事物和人类思维内部各个对立面之间的互相依赖而又互相排斥的关系”①

——“指两个概念互相排斥或两个判断不能同时是真也不能同时是假的关系。”②

——“泛指对立的事物互相排斥：他俩的意见有矛盾”③

但是，我们在此列举的“矛盾”意义，还仅是人们关于对立状况的部分认识，以下的议论的显然与“矛盾”有关：

“逻辑悖论反映一个概念的内在区别或矛盾，但由于其内在矛盾还未“外化”，即尚未“分离”，所以它有与逻辑矛盾类似的形态。逻辑悖论的形成显然并非由于推理有误或概念的混淆。它们都表现为‘否定概念的自我涉及’，即黑格尔所谓“否定的东西的自身联系”，……黑格尔指出过，界限就是矛盾。”④

由于“矛盾”一词意义广泛，在逻辑学研究中，就其不同的对立状况，就分别有逻辑矛盾、辩证矛盾及许多有关词语的出现。“矛盾”作为涵概对立面的整体象征，被人们在不同的意义上使用，这在逻辑学以后的研究中也是可能的（如对悖论的研究）。

总之，由于自然语言所天然具有的丰富的表现力，使我们能很方便地用来表述一系列的对思维形式的研究结果，许多的逻辑规则的表述都离不开自然语言，这是逻辑学研究中的事实。

---

①②③ 《现代汉语词典》，商务印书馆，第760页。

④ 杨熙龄：《“超协调逻辑”和纳塞阿丁的故事》，《国外社会科学》杂志1985年10月。

与自然语言不同，在数理逻辑中常用到的是形式语言。这是一种人工语言。它比较公理化，能够将能表达的思想尽量简明地写出来并用一种方法去理解，一类形式语言只能表达一种唯一的信息。例如，真位联结词“∧”（合取）只表示一种函数关系：

p	q	p∧q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

所以，形式语言所传递的信息容量极少，它的构造严格，每个句子里只使用绝对最少的符号和单词，传递信息非常精确，运用时不允许出现一点微小的变化，否则内容就会被曲解或者导致无法理解，使用范围有严格限制。因此和自然语言不同，描述事前没想到的新情况还要编造新的形式语言。例如，两个演算由于缺少模态算子、时态算子，便不能描述模态语言，时态语言。

因此，即使形式语言有其独特的精确性，但在形式逻辑的研究中，却不能取代自然语言。这就其表面的现象来说，是因为形式语言传递的信息容量有限性大，使用范围严格，极不灵活，难以表达对思维形式结构的整体全面的研究（根据思维形式的“三位一体”的特征，这样的研究是必然的）。就其深层的本质来说，又和人工语言的构造性限制有关。形式语言毕竟是人工构造的语言，构造这种语言还需要语言，后者比前者有更深的层次。以数理逻辑观之：前者是对象语言后者则是元语言。“在研究和讨论一个形式系统时，我们所处理的是语言和符号，可是在讨论这种语言时，我们也还需

使用语言。一般说来，这两种语言不相同。被讨论的语言是某特定的人为的符号语言，我们称之为对象语言。讨论时所使用的语言我们称之为语法语言。在数理逻辑文献里，语法语言有时也被称为元语言。”① 人工语言的结构，定义域是被严格确定的。在研究中，我们可以元语言来思考对象语言（人工语言），诚如可用一系例公式来表达数学概念，但是“没有数学家是用方程式思考的”（爱因斯坦语）。相反却不成，绝不可能使用对象语言来研究它的元语言。对象语言不可能定义其元语言所具有的，多得多的一系列因素。当然还可有这样的情况，我们还可使用新的语言来定义原对象语言的元语言，使之成为被研究的对象语言。于是新的语言又成了原对象语言的元语言的元语言，这又更深了一个层次。照此道理一直推下去，我们可得到更多的层次。但是无论如何，使用这个办法最后总还存有一层不能被研究的元语言。使用人工语言的局限就在这里。我们并不是可以针对任何新的情况都能编造新的形式语言。假如认定元之元就是思维传递信息的天然语言——自然语言，那么对整个自然语言的形式化就是不可能的。研究自然语言只能使用自然语言。层次的过于复杂反而显得无层次性，自然语言是无层次的。它既是对象语言又是元语言。我们知道，思维形式的表现形式首先和根本的就是自然语言，“语言已经透进了人的内部，透进了人使成为他自己的东西的一切；人使成为语言并即在语言中表达出来的东西，总是或较隐蔽，较混杂，或已经明显地包含着一个范畴，逻辑的东西对于人是这样地自然，或者简直可以说，逻辑的东西就是人所特有的自然本性”。（黑格尔语）形式逻辑要全面，系统地研究思维的形式结构，正是研究对象

① 王宪钧：《数理逻辑引论》，北京大学出版社，1982年5月版，第36页。

的这种特殊性，决定了形式逻辑以自然语言作为研究工具的必然性，决定可研究以自然语言表述思维的形式结构的必然性。当然，我们也并不否认，就某些有限的思维形构因素，以及一定局部的范围内运用人工语言的研究也是有益处的，但纵观形式逻辑研究对象的全体，运用自然语言的研究却是根本的，是不可取代的。

2. 形式逻辑的研究目的决定了使用自然语言的必要性

一门学科所使用的语言工具，也与它的研究目的有关。研究形式逻辑，其目的是为从思维形式方面规范思维活动的正确性，这就不能不注意思维过程的特殊本性，也只有和思维过程的特殊本性相一致，我们才能达到规范思维正确性的目的。

思维过程有哪些重要的特点呢？

第一，思维和自然语言有不可分离性。现实中，没有赤裸裸的思维形式，也没有赤裸裸的思维的自我表达。科学研究表明，思维过程同一个人向另一个人表达思想的过程一样，都是以（内部的或外部的）语言形式来实现的，这主要指的是自然语言。因此，不论对于别人或对于表达思想的本人来说，思想都是通过语言而成为现实的。思想如果没有语言的外壳就不能在人的头脑中产生，同样，也只有通过语言，思想才能表之于己，达之于人。思想和自然语言这种密不可分的关系表明，没有自然语言就没有现实的人的思维形式的存在，甚至没有人类本身。因为科学研究同样表明，人是由猿进化而来的，在由猿到人的转变过程中，自然语言和劳动一起促进了这种转变，它是与人类与生俱来的，也随着人类社会的发展而发展。它在人民的日常思维中客观而必然地存在着。

第二，思维活动是以复杂性为特征的信息处理过程。现代科学研究已经证实，在信息处理过程中，高精确度与高复杂性是不能兼容的。这就是著名的“不兼容原理”。换句话说，复杂性的程度越高、精确性就必须下降，但是由于两者在一定程度上的协同，仍能极为有效地处理信息。人的思维活动就是以复杂性为特征的特殊的信息处理过程。

思维的复杂特征与人脑的机制有关。人脑是极其复杂的，其复杂程度“在整个宇宙中没有什么已知的东西可与之比拟”(哈贝尔语)①。它是一个特别巨大的系统。其重量仅1350克左右，而其中神经元的数目竟有10^{11}，与银河系中的星星数大致相同。每个神经元又可能有数目为一千至一万个突触能处理来自大约一千个其他神经元的信息，所以每个神经元又同时是一个复杂的信息处理机制。人脑极其复杂，而尤其复杂的是人脑还是一个受社会影响，活的、变化的巨大系统。

人脑机制的复杂性决定了它处理信息的复杂性。被誉为计算机之父的德国科学家冯·诺依曼曾经指出：“神经系统是这样一台计算机，它在一个相当低的准确度水平上，进行非常复杂的工作，它只可能达到二位至三位十进位制数字的准确度水平，我们还不知道有哪一种计算机在这样低的准确度水平上仍然能可靠地有意义地进行运算”②。

第三，复杂的思维就是自然语言的思维。逻辑思维和自然语言是不可分开的。复杂的思维的物质外壳只能是有极强表现力，信息容量大的自然语言，自然语言的本质也在于表达现实的复杂的思维行程。这也可从自然语言的天然形成的

① 见《科学》中译本1980年1期，第2页。

② 见诺依曼《计算机和人脑》。

复杂性得到证明。因此，说思维的复杂性和以自然语言进行思维，两者说的都是同一个意思，思维的本质不在精确性方面。

思维过程的特殊本性，其实已规定了我们如何去规范思维的正确性的方法、角度。根据不兼容原理我们知道，思维的正确性和思维的精确性不是一回事。如果要一般思维保持相当高的精确性，那么就必然要全面排斥自然语言，代之以严格的形式语言，必须从根本上降低人的思维本来就具有的复杂性，但这是根本不可能的。人类思维和自然语言的复杂性是无可变更的客观存在。试图从根本上由提高思维的精确性来达到规范思维的正确性的目的无异于缘木求鱼，南辕北辙。规范思维的正确性必须从人类思维的根本特点——复杂性出发。这样，我们所使用的语言必然也是复杂的，那就只能是自然语言。如果说，逻辑研究的是一种高级信息处理过程，那么它的目的正是要总结出人脑如何依于自然语言来处理信息的正确的模式，这些模式只是依思维的复杂本性，规范人的思维正确性的模式，它不必具有经典数学所要求的精确性。因此，从形式逻辑研究目的来看，低精确性的自然语言不仅不是形式逻辑不可容忍的弱点，恰恰相反，以自然语言为逻辑工具所具有的和思维本性相一致的高复杂性倒是任何形式语言都不能取代的。长期以来，人们一直认为越精确越正确，要正确就必定要精确，这实在是一种将问题简单化的偏见。放弃这种偏见，对自然语言在形式逻辑研究中的作用就不难认识了。

二、数理逻辑和形式语言

著名数理逻辑学家希尔伯特在《理论逻辑要点》一书中

指出："数理的形式方法扩展到逻辑领域，便是理论逻辑，也称数理逻辑或符号逻辑"。数理逻辑的一个重要特征在于研究中区别开两种语言（形式语言和元语言），使用形式语言与数理逻辑的研究对象。研究目的有直接的关联。

1. 数理逻辑的研究对象决定了构造形式语言的必然性

数理逻辑以真值函数和命题函数为自己的研究对象，要描述函数间的关系，所使用的语言必须是十分精确的，其意义必须是确定专一的，以防止任何可能哪怕是非常微小的曲解和意义转换。换句话说，对于特定的函数计算，语言的信息容量，语言的复杂性都显得次要，而语言的精确性成为最突出的要求，它可以是不复杂的，但绝不允许任何的模糊性。形式语言正好具有这样的特点。形式语言是人工编造的，它只发展了自然语言的某些方面，撷取了自然语言意义中的某些要素而表达专一的意义，所以比较公理化，性质有一定限制，使用范围有严格限制，它可以完全用数学形式写下来，所有这些，都使形式语言成为数理逻辑研究函数关系的主要工具，构成为数理逻辑所要研究的对象语言。

数理逻辑的研究对象与形式逻辑是不同的。它并不研究思维的形式结构，而仅研究与该结构有一定关系的特殊函数——真值函数和命题函数。这类函数由于意义的单一性，其复杂程度远远低于人们的思维形式结构本身，这就使我们有可能对其加以严格的定义，有可能以区别开研究时所用的语言（即元语言）的特殊语言（即对象语言或人工语言）来表述它。因为在先已经指出，元语言总比与之相对的对象语言具有多得多的涵义，是不能为对象语言所定义的，这点非常重要。我们之所以不能用形式语言来表述作为形式逻辑研究对象的思维的形式结构的全面涵义，旨在其含义的特殊复杂性从来

就与自然语言构成了最根本的，天然的联系，不可能全面、严格地定义思维形式结构的一切要素，而以形式语言来表述它。否则就意味着该形式语言与自然语言是同一层次的，一切要素都相同了。要定义自然语言，其元语言就必须具有比自然语言有更多的涵义，属更深的层次，那么这种"元语言"又是什么呢？它显然不应该是自然语言，可我们知道自然语言已是人类表达思维的最根本的，最天然的语言了。毫无疑问，诸如此类的"元语言"是根本不可能存在的，所以形式逻辑因其特殊的研究对象而不可能有两种语言的严格区别。恰是在这一点上，数理逻辑的研究对象不仅使两种语言的区别有必要，而且也使人们完全使用形式语言来表述研究对象之成为可能，所以形式语言在数理逻辑中具决定意义的使用就非常必然了。对于数理逻辑特定的研究对象来说，精确和单纯的形式语言是完全必要的。

2．数理逻辑的研究目的决定了使用形式语言的必要性

数理逻辑对真值函数和命题函数的研究，并不是要探讨某个具体的函数式所有可能对应的思维形式结构的性质。它要通过对函数的研究来揭示出系统整体所具有的性质。即通过某种可行的方法，将具体系统中的各部分因素提炼出来，串连起来而成为整体，并使该系统与原具体的系统建立某种意义上的同构关系。通过对该系统的研究得到系统整体的某些特征，也就是与该系统同构的各具体系统所具有的特征。因此，数理逻辑在研究中，必须抛开具体系统的特殊意义而用较纯粹的方法进行比较方便和精确的研究。函数的方法就是这么一种方法。函数的意义单一，确定，这就要求表达函数的语言符号也必须意义非常确定，定义非常严格。这对于自然语言是不可能的，所以必须创造一种人工的新语言来满足

研究的需要，这就是形式语言。

形式语言的确定性和单纯性完全满足了数理逻辑表达特殊的函数关系——真值函数和命题函数的需要。数理逻辑通过这种特殊的函数关系而研究系统整体的特征，由此表现出与一定具体系统同构的、为数理逻辑所研究的系统是一个纯粹的形式系统。也只有在形式系统之内，函数演算（命题演算和谓词演算）才得以实现。

总之，数理逻辑运用人工语言所取得的巨大成功是谁都承认的。但这主要应从它特定的研究对象和研究目的来理解，没有任意夸大的必要。人工形式语言虽然对别的学科也有一定的借鉴作用，但不应忘记它的特点也就是它的局限。例如，运用形式语言必然不能研究与它相对应的元语言（即总还存在着一层不能为形式语言所表达的元语言），因此，无论运用什么样的形式语言都不能真正研究和表述人类最根本、最天然的涵概人类思维形式结构全部特征的自然语言。这就是我们的结论。

三、再谈自然语言和人工语言

形式逻辑和数理逻辑在语言使用上的区别，已可从各自不同的研究对象和目的中得到合理的解释。在此，我们想集中讨论自然语言与人工语言的特征和关系。

1．自然语言和人工语言的基本特征不同

自然语言的特征是复杂性并由此而来的一定的模糊性。它具有较大的信息容量，可以表达复杂的思维过程，但是在表现形式上又具有“模糊”的特征。模糊性表现为意义的不确定性。例如，“标准身高”一词，我们就难以给出一个在任何情况下都适用的高度、它一定要通过特定的语境才能被确定。

自然语言的模糊性或许颇使一些人不快，以为这条存在，就不可能正确地表达思想了。其实这种看法是片面的。根据诺依曼的不兼容原理，正确性并不等于精确性，正确性只是表示认识与对象相符，但达到这一目的的途径却不止一条。通过把握高精确的特征与通过把握高复杂的特征，都是同样可达正确性的。

自然语言的模糊性不是孤立的因素，模糊性总是和复杂性联结在一起。复杂性造成模糊性但它又制约着模糊性，复杂性使整个自然语言系统不能被严格定义但它又可规定自然语言的具体运用，因为可通过语境等因素来确定某自然语言的含义。总之，模糊性并不仅是偶然的现象，它恰恰反映了以高复杂为特征的信息处理过程的本质，通常人们的思维就是这样进行的。只有在孤立地对待模糊性的情况下，模糊才会导致谬误。例如，孤立的“胖”“瘦”“高”“矮”是模糊概念，将它们放在一定的语境之中它们又总能获得确定的意义。又如，但在形式逻辑中，要求组成假言判断的前、后件有内容上的联系。如果孤立地看，“内容上的联系”含义模糊，但它毕竟是反映客观事物关系的一种抽象，它以各种各样特殊的形态存在于自然语言的表达之中，通过自然语言的复杂性的制约我们也总能在特定的语境之中给出，或确定某一定的前后件是否具有“内容上的联系”。

总之，复杂——模糊的制约关系构成了运用自然语言处理信息的一条正确的途径。因为自然语言的高度复杂性，使它的整体不能被严格规定而形成有结构的定义域，因而部分看的自然语言呈现为模糊性；但是，也因为自然语言的高度复杂性，从而严格制约了部分在整体制约下的运用，较好地形成某自然语言在具体运用中的语境，通过语境的复杂关

系，我们也就能随机地确定一定自然语言的含义，从而得到正确的结论。

形式语言与自然语言是不同的。人工形式语言的基本特点是意义单一而精确，在其严格定义的结构之内，不要依赖任何别的语境就可普遍有效地进行保持原来意义的演算。根据诺依曼的不兼容原理，它必须是低复杂的。每一步骤极其准确的推演是构成结论正确性的必要条件。简单——精确的制约关系构成了它通向正确性的另一条途径。严格定义的结构保持了分体的精确性（例如在数理逻辑之中符号“⊃”（蕴含）的意义始终是确定的，绝不会与“∧”，“∨”相混同，但在自然语言中，“如果……那么”却在不同的语境中表达不同的意思，它可是假言，有时又表推论，有时则表示联言的关系，详见第三章和第四章），但它却是以牺牲整体的复杂性为代价的。

2. 自然语言和形式语言有不同的运用

自然语言是人类思维的语言。人类思维是以复杂性为特征的，它的表现形式就是自然语言。因此，自然语言也是形式逻辑的主要语言（或者说，既是它的对象语言，又是它的元语言），形式逻辑要研究思维形式结构的复杂整体，要制约思维的正确性，就必须从思维处理信息过程的本性出发，以自然语言来表述对思维形式的整体特征的研究结果。

形式语言在研究中也具有特殊重要的作用。当我们能将研究对象诸因素严格规定，形成为有结构的定义域，使用形式语言就非常需要了。它能准确地刻划该性质的特征。形式语言尤其适用于计算机，计算机一般是以高精确的特征来处理信息。根据诺依曼的观点（见诺依曼著《计算机和人脑》），机体的复杂性愈低，处理数据所需要的逻辑深度愈长

（或算术深度愈长），也就要求愈精确。否则任何模糊和极小的错误都会在以后的计算中被放大，导致“失控”。

显然，我们不能混淆两条不同的达到正确性的途径。自然语言和形式语言各有各的根据和作用，不能片面地夸大一方而任意地贬低另一方，他们都是为人的认识所必需的。

一方面，形式语言虽然是人工语言，但它的形成却要依赖一定的自然语言背景，在严格定义的结构之内，它确实具有表达精确的作用。因而形式语言特别适用于因素单纯、确定的研究对象（如函数关系）。在这些严格规定了的领域之内，自然语言的表达反而显得冗长，繁复，不够精确。

另一方面，形式语言也有它天然的局限性。

首先，一定形式语言的制定必须要有相应的元语言作为背景，因此形式语言至多只能规定自然语言中的部分因素，决不可能规定自然语言的所有因素，不可能有关于整个自然语言的形式语言。因为自然语言与人类思维活动本身具有最天然、最根本的联系。作为一切要素的整体，它是不可能为任何非自然语言所规定的。

其次，要想全面地规范自然语言而成为形式语言，也是违反不兼容原理的。高复杂和高精确不兼容，机体复杂性因素愈多，则必然影响精确性而愈模糊，最后终于使对自然语言的整体规定成为不可能。

因此，形式语言是不可能取代自然语言的。在科学研究中，创造特定的人工语言固然在一定意义上方便了我们的工作，但对象形式逻辑这样的学科，由于它的特定的研究对象和特定的研究目的，却决定了它从根本上只能使用自然语言。因为形式语言的构造恰恰反证了人类思维活动根本上不能脱离开自然语言的事实，因此全面系统研究自然语言中的

逻辑问题的结果，其语言层次上的最高表述也只能是自然语言。尝试低层次的形式语言的表述结果，恰会产生不精确的逻辑荒谬。例如对形式逻辑的基本规律形式化的尝试就是如此（详见第六章）。

本节小结

总之，我们的结论是：抽象地谈论自然语言和人工语言孰优孰劣、孰是孰非是毫无意义的，而且根本上是错误的。两种语言各反映了不同的认识特点，各有不同的运用。由于人们的思维活动过程最终离不开自然语言，形式逻辑又思维着人们的思维活动，仅就这一意义来说，自然语言在形式逻辑的研究和表达中就具有特殊重要的地位，是不能为人工语言所取代的。

本 章 小 结

在第一章，我们分别从学科的研究对象，研究目的和语言工具三方面讨论了形式逻辑和数理逻辑的区别，指出它们是两门性质不同的学科。这里，再作如下小结：

形式逻辑和数理逻辑的研究对象是不同的。

形式逻辑的研究对象是人们思维的形式结构及其规律，它是一门关于思维的科学。

思维形式是人所特有的高级反映形式。它表现为类比、归纳、概念、判断、推理……的序列，形式逻辑以整个思维形式序列为自己的研究对象；一定的思维形式表现为其结构具有一定客观根据和语言表达形式的“三位一体”的特点，形式逻辑以系列整体的思维形式结构作为自己的研究对象。因而，形式逻辑是一门关于思维活动过程的科学。

数理逻辑的研究对象是真值函数和命题函数。它是一门数学。

两类函数与形式逻辑的研究对象不同。第一、它不是关于整个思维形式系列的。第二、它也不是关于系统、整体的思维的形式结构的。第三即使与抽象的思维形式结构比较，二者也并非完全具有同构关系。真值函数与命题函数只是两类函数值取值为真值的特殊的函数。

形式逻辑和数理逻辑的研究目的是不同的。

形式逻辑要通过对每一类思维形式结构系统整体的研究，达到从思维形式方面规范人们思维正确性的目的。这是因为，思维要达到正确反映客观事物本质是以克服思维错误为前提的，思维的错误直接或间接地与对思维形式的运用有关。形式逻辑系统地研究总结思维形式的要素，它的一系列机制、原理，思维形式和思维错误的关系……总结其中的规律，制定出一系列的规则，以达到规范思维正确性的目的。就这意义上说，形式逻辑又是思维的（主要是关于思维形式的）解剖学、病理学、保健学。而且，由于可将逻辑知识内化为人们的思维技能，形式逻辑又是一门发展智力的科学。

数理逻辑并不研究与一定函数式相关的具体类型的思维的形式结构。其目的在于，通过对函数关系的研究，探讨形式系统的整体特征。因此，数理逻辑的研究目的是与形式逻辑不同的。数理逻辑在它的早期发展中尽管期望达到形式逻辑的研究目的，但后来的发展表明，这是不切实际的。

形式逻辑和数理逻辑的语言工具也是不同的。

形式逻辑是以自然语言表述的规范思维形式正确性的科学。这与它特定的研究对象和研究目的有关：作为研究对象

的思维的形式结构，其根本和天然的表达方式是自然语言，它因其特殊的复杂性及属于语言的最根本的层次，不能被形式化；根据形式逻辑的研究目的，其语言表述应与思维处理信息的本质——高复杂性相一致，这只能是自然语言。

数理逻辑在其研究中发展出形式语言，有对象语言和元语言的区别。其一系列函数关系可用形式语言来表达。这也是由数理逻辑特定的研究对象和研究目的所决定的。

自然语言和人工语言各有不同的根据和特点，对于不同的研究对象和研究目的都是需要的。

总之，形式逻辑和数理逻辑的区别在于：形式逻辑是以自然语言为特征的总结人类思维的全部逻辑结构及规律的科学，它规范人们思维的正确性，是人们认识真理和进行论证的工具。也正因为形式逻辑研究的是现实的思维形式，它思维着人们的思维，因此"任何科学都是应用逻辑"。而数理逻辑则是一门以形式语言表达的，研究函数关系，探讨形式系统整体特征的数学。所以说，形式逻辑和数理逻辑是两类不同性质的科学。

第二章　概念和集合

概念论是形式逻辑的一个重要组成部分，它讨论概念形式的一系列逻辑问题。数理逻辑广义地也包括集合论，集合论是基础数学的一个分支。概念论和集合论是不同的两门学科。但在一些逻辑学文章、著作中，常常将二者混为一谈，以为研究集合可全部或部分地取代对概念的研究，以为集合的演算是产生新概念的过程，诸此等等。不理清这些混乱，必将阻碍形式逻辑概念理论自身的发展和完善。

第一节　概念论和集合论各具有不同的涵义

一、概念论的基本涵义和特征

形式逻辑的概念论，其内容系指概念本质的研究，概念的基本特征（内涵、外延），概念间的关系及正确把握运用概念的一般方法。它研究的是一定的概念类型。

1．概念在思维认识中的意义和地位

关于概念，形式逻辑一般定义是：概念是反映事物本质属性的思维形式。这是对概念在认识中的特点和作用的揭示，也指出了概念的客观基础及表现在概念中的主观与客观的关系。定义内涵了概念论的基本特征，而又一致地体现了

形式逻辑的根本特点。

概念的根据来源于客观外界，是外界事物中一般的东西在人脑中的反映。“观念的东西不外是移入人的头脑并在人的头脑中改造过的物质的东西而已”。① 逻辑的概念具有无可置疑的客观物质基础。这里，既包括反映具体事物的概念，也包括反映事物抽象性的概念。也就是说，不仅反映具体事物的概念是从现实世界中得来的，就是反映事物抽象性的概念也是从现实世界中得来的。数学中数和形的概念可谓抽象了，然而它们仍然以客观世界的空间形式和数量关系为依据。恩格斯曾十分确切地指出：“人们用十个指头算数目，就是说作第一次的算术运算，这十个指头可以是一切别的东西，但总不是理性的自由创造物。”② 恩格斯又说：“数学上三面（长、宽、厚）的形体被称为立体，就拉丁文说，这字甚至是指可以触到的物体，所以它这个名称，绝不是从头脑的自由想象中得来的，而是从确凿的现实中得来的。”③ 因此，逻辑学对概念的研究，必须始终坚持概念与物质的东西相适应这一唯物主义原理，把握概念内容的客观性。

但是，概念又并非等同客观事物本身。“概念是人脑（物质的最高产物）的最高产物”。④ 它是人类智慧的结晶。恩格斯也说：“要作计算不但要有被计算的对象，而且还要具有这样的能力，使其在考察这些对象时，能够摆脱其他的特性而仅仅顾到数目”。⑤ 科学研究表明，人类并不是一开始就有概

---

① 马克思：《资本论》第24页。

② 《反杜林论》第37页。

③ 同上，第39—40页。

④ 《列宁全集》第36卷第223页。

⑤ 《反杜林论》第37页。

括认识而成为概念的能力。例如在人类的早期，对数和形的概念认识是远远不够精确的。即使今天，在非洲一些文明程度比较低的地区，人们也还没有精确的数的概念，而只有大致的数的形象。例如他们一般以“一大群”、“一小堆”等粗略的印象作为统计牲畜的单位。(关于这方面的材料，可参见法国社会学家列维·布留布 (Lêry—Brühl·L) 所著的《原始思维》一书)。只是在以后的长期的实践认识中，人们的抽象思维能力逐步得到发展，才可能对事物的本质属性进行抽象，并用语词表达出来。概念的表现形式词、词组等也是人们思维的创造。列宁指出:“即使在最简单的概括中，在最基本的一般概念（一般“桌子”)中，都有一定成分的幻想”。①

概念是基于实践基础上认识过程的主观与客观的统一。一方面，概念所反映的总是事物的属性，是人们认识的结果。另一方面，人们将某类对象的共有属性通过综合，抽象等方法提炼出来，再运用适当的语词表达出来，就是一个思维加工的过程。这一过程表明了认识的相对独立性。具体地说，第一，人们对事物对象的本质属性的认识是逐步深化的，由现象到本质，又由比较不深的本质进到比较深的本质。因此，在此时此地以为是事物本质属性的东西，在彼时彼地又为另一些更深刻的本质属性所代替，于是也就有了概念的产生和演进。例如，人的定义由最初的“两腿直立行走，没有羽毛的动物”发展到今天的“能思维能自创工具进行劳动的动物”。第二，现实事物存在于丰富的内部和外部的联系之中，可具有多种的属性。人们本着一定的实践任务去认识具有多种多样性质的事物时，也就往往只注意适合自己实践目的的那些属性，而暂时撤开与自己实践目的无关或关

① 《哲学笔记》第339页。

系不大的那些属性。不同的认识角度导致不同的反映结果。同一对象可以有不同的概念，而同一外延的概念又可以有不同的内涵，就是所表现出的两种情况。由此可见，思维在概念形成过程中的作用是极其巨大的。概念是客观的东西和主观的东西在思维中的统一。要实现这种统一决不是轻而易举的事，它一定要克服认识中的主观任意性。这就给逻辑科学提出了要通过对概念的研究来规范思维在形成、把握概念过程中正确性的要求。

概念在认识中有着重要的地位，它以凝缩的形式反映了人们对事物的一般本质的认识。纵观数千年的人类认识史，我们可以看到，概念积累和表现着人们的知识成果，每一门科学的产生和发展都是以概念的形式来表述自己的对象的。在思维形式的系列中，概念与表现认识行程从特殊到特殊的类比，或者表现认识由特殊到一般的归纳比较，已属于更深的层次。因为它已把握了一般本质。同时概念又作为一个环节构成了判断、推理与论证的基础。因为人们在有了有关某事物的概念后，才能作出判断进行推理和论证。推理、论证由判断组成，判断又是由概念组成的。

形式是指将概念放在思维形式系列中考察它研究概念相对于思维形式系列所具有的特殊性质和概念自身的整体特征。

2．概念的逻辑特征

任何概念都具有内涵和外延，它是概念区别于其他思维形式的特有的逻辑特征。

概念的内涵，是人们对事物的本质属性的认识。概念的外延是指具有这种本质属性的事物。

从概念和客观对象的关系来说，内涵和外延是对客观事物所具有的质和量的规定性的逻辑反映。我们知道，世界上

存在着的任何事物都有质和量的两个方面，它们是我们正确认识事物的根据。一般来说，内涵反映了客观事物的质的方面，外延反映了事物的量的方面。由于任何事物都是具有一定属性的事物，而属性又都依存于一定事物之中，因此，概念的内涵和外延也是不可分割的，任何真实正确地反映客观事物的概念都是由内涵和外延这两个方面所组成的统一整体。不存在只有内涵没有外延、或者只有外延没有内涵的概念，因为那样就不能把既具一定的质又具有一定的量的客观事物完整地表达出来。

从思维认识的发展来看，概念内涵和外延的形成，是认识经过类比、归纳、抽象、综合等过程而得到的一般的结果；并且内涵或外延的展开也都表现为一系列判断的形式。因此，概念是思维形式发展序列中的主要环节。这还因为，认识中思维形式的发展也通过概念内涵和外延的变化体现出来。对于客观事物和认识发展的某一阶段、某一方面来说，任一概念都有确定的内涵和外延，不容混淆；但是对于人类认识的无限深入，客观认识对象的无限发展来说，一定的概念的内涵和外延只有相对的确定性，需要随着认识的不断发展而深化。这样，我们就不仅能通过内涵和外延的确定状态对整个思维形式系列有所把握，而且能通过内涵和外延的变化过程来研究整个思维形式的运动过程。当然，要真正做到这一点，还须有对概念整体特征有更深入的研究。

3．概念要明确

形式逻辑研究概念的根本目的，是要指导人们明确概念。明确概念就是要明确概念的内涵和外延。这也就是说，人们对事物的明确的认识，反映在概念中必须是明确的，因为概念是人们认识“自然之网”，“现象之网”的“网上的组

结”。反过来，我们也可检查对某概念是否明确，来看是否真正借此达到了对事物本质的认识。

但是，形式逻辑并不直接去“明确”一个个具体的概念，这是不可能的；即便可以，逻辑的指导也失去了它的普通的示范作用。各具体的概念尽管内容不同，但就其反映方式，特点来说，却可分成一系列的逻辑上的类。例如

例1：

“桌子”、“人”、“国家”；

例2：

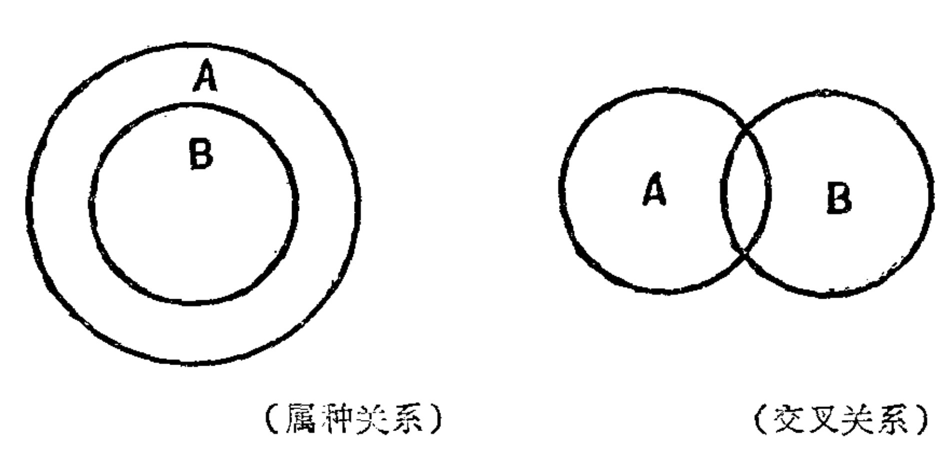
“红”、“走”、“勇敢”。

例1和例2中有六个具体内容不同的概念。但在反映特征上，例1都是对具体事物个体的反映；例2则是对事物的性质关系的反映。因此在逻辑上，例1是一类实体概念，例2是一类抽象的概念。各类概念是逻辑学的研究对象。形式逻辑研究各类概念的整体特征，以给人们的认识实践提供必要的指导。

（1）明确概念的客观根据：各类不同的概念分别从不同的方面反映了对事物属性的认识。为什么具体概念（实体概念）只能适用于具有某种属性的事物，而不适用于对事物中的某种属性的概括？为什么普遍概念不适用于表达唯一的个体事物？为什么既有表达事物具有某种属性的概念也有表达事物不具有某种属性的概念？如此等等，都不是无缘无故的，而是各有它们不同的客观基础的。揭示了客观基础，也就明确了各类概念在认识中所具有的不同的适用范围。

（2）明确概念的形式结构及关系：概念有没有形式结构？学术界一直存有争论。我们的看法，概念也是具有形式结构的，只不过有时不够明显，难以揭示罢了。概念的形式

结构主要表现为该类概念在构成上所具有的特征。例如，集合概念与非集合概念有构成上的不同。集合概念所反映的集合体是由若干个体有机地组成的一个统一体，象中华民族这个集合体就是由汉、回、蒙、藏、满、僮、维、苗等五十多个民族有机地组成的统一体。集合体所具有的性质，个体不一定具有。非集合概念所反映的一类事物，其类和分子的关系是可传递的，象中国公民这个类所具有的性质，就为十亿中国人中的每一个人所具有。显然，类和分子的关系具有层次性，分子可内涵类所具有的性质。又如，具有属种关系的概念与具有交叉关系的概念在外延关系上不同。它们可分别用欧拉图表示为：



（属种关系）　　（交叉关系）

二者的联系方式是不同的。

（3）明确概念的语言表达形式：概念和其他思维形式一样，也是通过自然语言表达出来的。形式逻辑研究自然语言中的概念问题，即对自然语言中的概念进行逻辑整理和逻辑分析。历史地看，人们确实已在这方面作了初步而宝贵的探索，它是我们更深入研究的出发点。但也应该指出，无论是对概念的逻辑整理还是逻辑分析，其研究都还远远不够。传统的做法仅将概念与自然语言作了过于简单的同一与差异的比较，还没有进一步揭示自然语言中活生生的、内在的概

念联系，对许多问题还缺乏深刻的、令人信服的理论说明。比如关于概念与语词究竟怎样才能理解它们之间存在的内容与形式的关系？概念内涵与词义又究竟是一种什么样的关系？又如如何消除日常语言中概念使用和理解的含混性问题，就属概念的逻辑整理中带有很大的实用价值而没有认真解决好的问题。我们知道，所谓自然语言表述概念有含混性，这只是一种抽象的说法，在一定的语境中，我们是能弄清表达的含混性的。自然语言的高度复杂使之不能被整体地严格定义，但这种复杂性却无疑为分体的随机定义（根据一定的语境确定意义）创造了条件，其中是有规律可循的。另外，也有人认为在自然语言中还有着尚未被形式逻辑研究的概念类型。如所谓“时种概念”(“年轻时的鲁迅”和“鲁迅”比较，就主要表示了时间上的差别)。这些都是需要认真加以研究的。

讨论概念的自然语言的关系，形式逻辑既要总结日常思维的经验，也要吸取别的学科有益的研究成果。比如数理逻辑的关于名称的提及和使用的区别方法就很值得注意。例如

例 1：

北京是中华人民共和国的首都。

例 2：

北京是两个字。

这两句话都是正确的。其所以正确，是因为北京这两个字的使用有不同的含义。例 1 中的北京是客观存在的事物；例 2 中北京是指写出的“北京”这两个字本身。我们说，前者是北京一词的使用，后者是它的提及。任何一个名称，都至少有使用和提及两种用法，表达不当就会出现混乱。一般的做法，是将提及的词用单引号表示。因此，例 2 ，可改

为："北京"是两个字。这样就更明确了。数理逻辑关于摹状词的理论也涉及了概念表达的一些问题。它们也可为形式逻辑适当吸取，消化，使之为己所有。

（4）研究各类概念的整体特征，使人"知其所以然"，这可用来指导人们去明确具体认识中的概念。除此而外，形式逻辑还研究，总结一系列具体的明确概念的科学方法，它们是直接从概念的逻辑特性（内涵和外延）入手的。例如明确内涵的定义方法；明确外延的划分方法；以及根据概念的内涵与外延间的反变关系而制定的概念的限制和概括的方法。这些方法的运用带有普遍性。

形式逻辑各种明确概念的方法的特点在于明确地把概念的逻辑特征和形式逻辑明确概念的途径联系了起来。但这并不是说对概念的整体分析就不具有这种性质的联系。其实，我们对任一类概念的考察归根结底也就是要明了它们是从哪种角度，哪一方面去反映事物的属性，从而形成不同类型的内涵和外延，也就是要明了在这种过程中各自的真理性及不同的适用范围。总之，通过对各类概念的整体特征的研究而通达明确概念的途径。

形式逻辑概念论表现为概念的逻辑特征，概念研究的目的与明确概念的途径的三者的统一。或者说，表现为对概念的内涵与外延的研究与如何明确概念的内涵与外延的统一。这些特征是数理逻辑根本不具有的。

数理逻辑不研究概念的整体特征。由于它的形式化方法，也不能解决概念论中的一系列问题。它在本质上和形式逻辑概念论是没什么关系的。但由于形式逻辑要对概念外延进行研究，而数理逻辑的集合论也讨论了一些概念外延的问题，在有些文章中也常常把集合论和形式逻辑的概念论混为

一谈，因此我们就有必要讨论集合论和概念论中一些容易混淆而又不能不细致区别的基本概念，基本关系。这也是本章的重点。

二、集合论的基本内容和特征

集合论是十九世纪末由数学家康托创立的。这以后发展很快，已成为现代数学的基础。集合论作为一门数学，其内容非常丰富，但在此我们主要介绍素朴集合论的一些基本概念和集合演算。

什么是集合？康托指出："把一定的并且彼此可以明确识别的事物——事物可以是直观的对象，也可以是思维的对象——放在一起，称为集合"。集合又称为类。例如：地球上的全部沙粒，某个班级的所有学生，某本书里的所有字，某张桌子上的所有物品，诸此等等都可构成集合。但是象"秃子"、"漂亮的鲜花"则不是，因为它们缺乏"一定的，并且彼此可以明确识别"的性质。

集合分为有限集与无限集。只有有限个分子组成的集合叫有限集，如某教室内所有的桌子。含有无限个分子的集合叫无限集，如所有自然数的集合。

一个集合可由以下方法构成：

它可由它所属成员直接表示出来，即用列举的方法把集合中的分子一一列举出来，加上花括号。比如集合M是由分子（或元素）a，b，c，…组成的，就记为：$M=\{a, b, c, \cdots\}$。集合只与组成集合的分子有关，而与分子的排列顺序无关。这种方法称为列举法。

集合还可用描述法来表示。即用描述一个集合中所有成员所具有的共同性质的方法来表示集合。比如人的集合可用

描述法表示为：

$M=\{x \mid x$是有理性的动物$\}$

在集合中，一个类所属的成员称为这个类的分子或元素。类和元素之间的关系叫做从属关系。

设A表示类，a为该类的一个成员，则可表为：

$a\in A$．（读作a属于A）

对于一个确定的元素a和一个确定的集合A，或者$a\in A$；或者$a\notin A$。（读作a不属于A）

在两个类之间，如果A类的每一个分子也是B类的一个分子，则A类包含于B类中。表为：

$A\subseteq B$．（读作A包含于B）

比如，设A为人的集合，B为一切动物的集合，则$A\subseteq B$。

在包含关系中，若A包含于B，则A是B的子类，B是A的母类。如果A包含于B，并且B也包含于A（即A的每一个分子都是B的分子、而B的每一个分子也都是A的分子），那么，A与B具有相同的分子，就叫做相等的类，表为：

$A=B$．（读作A等于B）

例如，设$A=\{a,b,c\}$，$B=\{a,b,c\}$，则$A=B$。

在包含关系中，若A包含于B，B不包含于A（即A的每一个分子都是B的分子，而B总有一些分子不是A的分子），那么就称A真包含于B，记为：

$A\subset B$．（$\subset$表真包含关系）

例如，设$A=\{a,b,c\}$，$B=\{a,b,c,d\}$，则$A\subset B$．（A真包含于B）

在包含关系中，若A包含于B，并且B未必不包含于A，则是一般的包含关系。记为：

$A \subseteq B$. （$\subseteq$表一般的包含关系）

例如，某日学生的出勤人数（A）与应到的人数（B）就是一般的包含关系。

由此我们可知，集合中的从属关系与集合的包含关系是不同的。从属关系是类的分子与类本身的关系，包含关系是类与类之间的关系，二者是有区别的。当然，也有特殊的情况，当我们有：$A=\{a\}$，$B=\{a, \{a\}\}$，可以说$A \in B$，因为A类的分子a也属于B类的分子；也可以说，$A \subset B$，因为$\{a\}$可看作B的一个子类（B的子类共有四：$\{\}$，$\{a\}$，$\{\{a\}\}$，$\{a, \{a\}\}$）。但即使在这特殊的情况下，$A \in B$与$A \subset B$所依据的根据仍然是不同的。总之，包含关系与属于关系不能混淆。

同样，两类关系中的包含于关系与同一关系也不同，真包含于关系和一般的包含于关系也有区别。

对以上的关系，我们只考察自反性，对称性和传递性就能看出它们的区别：

包含关系与同一关系不同。同一关系是对称的（如果$A=B$，那么$B=A$），而包含关系不是对称的（如果$A \subset B$，则$B \subset A$不一定成立）。

包含关系与属于关系不同。包含关系是传递的（如果$A \subset B$，并且$B \subset C$，那么$A \subset C$），而属于关系则是不传递的（如果$a \in B$，$B \in C$，则未必有$a \in C$）。

同一关系与属于关系不同。同一关系既是对称的，又是传递的，而属于关系两者皆否。

包含关系与真包含关系也不同。包含关系是自反的（即

任一集合是它自己的一个子集)，而真包含关系是非自反的(即任一集合不能是自己的真子集)。

正确区别以上各类关系，在集合论的类演算中是非常主要的。

数理逻辑将类处理成为演算对象，为了构成演算系统，还需要引入几个特殊的类：

空类：如果集合M不含有任何分子，则称M是空类(或空集)，记为：{}。

全类：又称为全集或参照集。在讨论所涉及的范围内全部分子所构成的类叫做全类，记为：I。

对于一定论域来说，其中每一个类都是全类的子类，空类是每一个类的子类，因此，空类也是全类的子类，记为：$\{\}\subset I$。

有了以上的基本概念，我们就可以刻划集合论的类演算了。

集合论的类演算所讨论的是给定两个(或一定数目的)集合可以作出一个新集合的问题。

两个类之间的演算关系有：

① 集合的并：如果A，B分别是两个类，那么由A，B分子可以构成另一个类，它的分子或者是A的分子，或者是B的分子。这个类就是A和B的并类，表为：

$A\cup B$. (读A并B)

例如，设$A=\{a,b,c\}$，$B=\{e,d\}$；

则，$A\cup B=\{a,b,c\}\cup\{e,d\}$，

$=\{a,b,c,e,d\}$.

② 集合的交：如果A，B分别为两个类，那么由A、B的共同分子可构成另一个类，它的分子既是A的分子，又

是B的分子。这个类就是A与B的交类，表为：

$A \cap B$。（读A交B）

例如，设$A=\{a, b, c\}$，$B=\{b, c, e\}$；

则 $A \cap B=\{a, b, c\} \cap \{b, c, e\}$

$=\{b, c\}$。

③ 集合的差：如果A，B分别为两个类，那么由属于集合A而不属于集合B的全体组成的类就叫做A与B的差。

表为： $A \sim B$。（读A反演B）

例如，设$A=\{a, b, c, d\}$，$B=\{b, c, d\}$；

则 $A \sim B=\{a, b, c, d\} \sim \{b, c, d\}=\{a\}$。

④ 集合的补：如果A类是全类中的一个子类，那么由该全类中的一切不属于A类的分子所组成的类，就叫做A的补类。表为：

$\sim A$（读为A的补）。

例如，设$A=\{a, b, c\}$，$I=\{a, b, c, d\}$；

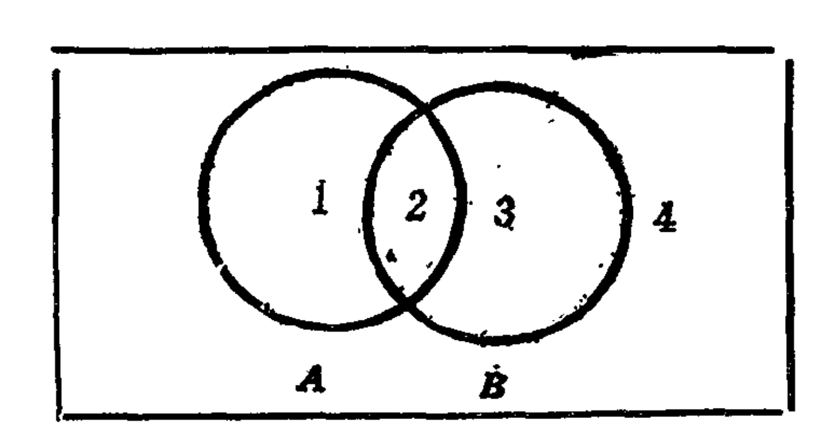
则$\sim A=\{d\}$。

我们也可以看出，如果A自身即为全类（即$A=I$），则它的补类是空类（$\{\}$）。反之，如果A自身为空类（即$A=\{\}$），则它的补类就是全类（I）。空类的补是全类；反之，全类的补是空类。

集合所具有的以上的关系，我们可用文氏图直观地显示出来。这种图形源于形式逻辑的“欧拉图”。欧拉图是十八世纪瑞士著名数学家欧拉发明的运用一种以圆圈来表示概念外延的图解法。但欧拉图不能直接明确地表示空类和全类，后来英国逻辑学家文恩对此作了改造，遂成今天的“文氏图”。

文氏图通常采用一个矩形方框和在这方框中画圆或其它图形。整个矩形表示全集，不同图形中的点集合表示全集的

子集，各部分中可能有的点代表全集中的个体。如下图：



我们设矩形表示全集，交叉的两个圆表示A、B，矩形中的点表示全集的元素，矩形分为四个互相排斥的区域。

运用文氏图，我们可将集合之间的并、交、差、补等关系表示如下。

① 两集合之间的关系可表为：

A＝B，即为 2；

A⊂B，即 1 为{}；

A⊆B，即 1 为{}且 3 未必是{}。

② 集合的并、交、差、补：

A∪B，即为 1、2、3；

A∩B，即为 2；

A～B，即为 1；

～A，　即为 3、4。

文氏图还可以用来表示任何含有不超过三个集合推演的有效性，亦可表示四个集合之间的关系。兹不一一举例。

有了集合的并、交、补，差，我们可以将集合的运算规律总结如下：

① 交换律：

1．$A \cup B = B \cup A$；

2．$A \cap B = B \cap A$．

② 结合律：

1．$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$；

2．$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$．

③ 分配律：

1．$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$；

2．$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$．

④ 吸收律：

1．$A \cup (A \cap B) = A$；

2．$A \cap (A \cup B) = A$．

⑤ 基元律：

1．$\{\} \cup A = A$；

2．$I \cup A = I$；

3．$\{\} \cap A = A$；

4．$I \cap A = A$．

⑥ 补元律：

1．$A \cup \sim A = I$；

2．$A \cap \sim A = \{\}$．

以上六组十四条是集合运算的基本规律，其他规律都可以从它们推导出来。根据以上这些规律，我们就能进行类演算了。

例 1

设 $A = \{1, 2\}$,

$B = \{1, 3, 5\}$,

$C = \{2, 3, 5, 7\}$,

$$D=\{4, 5, 6, 7\};$$

则：

$$A \cup B=\{1, 2\} \cup \{1, 3, 5\},$$
$$=\{1, 2, 3, 5\};$$
$$C \cap (A \cup B)=\{2, 3, 5, 7\} \cap \{1, 2, 3, 5\},$$
$$=\{2, 3, 5\};$$
$$D \sim [C \cap (A \cup B)]=\{4, 5, 6, 7\} \sim \{2, 3, 5\},$$
$$=\{4, 6, 7\}$$

同样，由于：

$$C \cup D=\{2, 3, 5, 7\} \cup \{4, 5, 6, 7\},$$
$$=\{2, 3, 4, 5, 6, 7\};$$

我们就有：

$$(A \cup B) \cap (C \cup D)=\{1, 2, 3, 5\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6\},$$
$$=\{2, 3, 5\}。$$

类演算大意如此。

还应该指出，集合论是数学的一个重要分支，其内容当然不限于以上这些，远要丰富得多。我们所介绍的主要是它的一些基本的概念和基本的关系。因为仅考虑和概念的比较，而不是专门讨论集合论的问题。

通过介绍，我们已不难发现它和概念论的完全不同的特征。集合论的研究对象是集合，集合演算（类演算）是它的基本内容，它在基本理论，基本前提和基本特点上与形式逻辑关于概念研究的基本特征是如此不同，以致我们已完全有理由说，两者是性质完全不同的两门科学了。为进一步说明问题，我们想再就两者的基本概念和基本关系作些具体的比较。

第二节 概念和集合的区别

概念和集合分别是概念论和集合论中的基本概念，分属不同科学的研究对象。

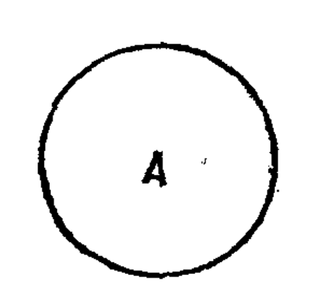
一、各类概念的三位一体的特性

形式逻辑从现实人们思维中的千千万万具体内容各不相同的概念中，总结出作为逻辑学研究对象的各类概念。它所研究的各类概念是客观根据，形式结构和语言表达三者统一的整体。各类概念类型所具有的丰富性，是区别于抽象集合的显著特征。下面，我们分析一些常见的概念类型。

1．单独概念与普通概念

客观事物中，有些具有某种性质的存在是唯一的，如时空的存在和在特定时空中的个别事物或个别事件；单独概念就是以这类事物为反映对象的概念，如表示时间与空间的概念。单独概念的外延反映的是一个唯一无二的事物。在这样的概念里，人们所思考的不是许多的或一群同类的对象，而只是特定的某个单独的对象。单独概念的内涵表明了这个特定的单独对象与其他对象相区别的主要特征。

单独概念的形构可表为：



大圆为整个概念的外延，a为其中的子类。

单独概念在自然语言中往往以专名的形式出现，如“北京”，“北京大学”；或者以摹状词的形式出现，如“世界上最高的山峰”，“那个穿蓝制服的人”。

客观认识对象中，有些具有某种性质的事物是普遍存在的，普遍概念就是以这类事物为反映对象的概念。

普遍概念的类（A）和子类（a，b，c，……）的关系结构，可用图表为：

普遍概念在自然语言中往往以普通名词，形容词或动词的形式出现。而且，由于普遍概念可以表示许多事物，所以在用它作主项的判断中就必须有表示主项数量的概念（即量项或量词），如“所有的”，“有的”等等。

a b c

（大圆圈表示A）

由此可见，单独概念和普通概念各有不同的，具体的整体特征。它们在认识中的作用不同。明确二者的区别，是保证辞以达意，明确概念的必要前提。

2．集合概念与非集合概念

客观的认识对象中，有些事物是由同类元素有机地构成的，只有集合体才具有由同类元素组合而具有的性质，集合概念就是以这类事物为反映对象的概念。如“人民是创造社会历史的动力”中的“人民”。反之，当认识反映的是某类事物，该事物的各个分子都具有该类事物所具有的性质时，所形成的概念就是非集合概念。如“每个人都有保护国家财产之义务”中的“人”。

集合概念与非集合概念的形构不同。前者可表为：

a，b

c，……

其中大圆为整个概念的外延，a，b，c，…为该集合体的元素。从图中还可以看出，相对于整个概念的外延来说，构成集合体的元素没有自己特定的外延。

非集合概念的形构如同普遍概念外延的关系结构。其一般可表为：

a

其中大圆为整个概念的外延，小圆为构成该非集合概念的分子的外延。分子也是有明确的外延关系的，并且在它的外延之内，内涵着该非集合概念所具有的性质。分子的外延其构成特征也多有不同，当分子反为一时，分子的外延也就同于该非集合概念的外延；当分子多于一时，各分子的外延小于该非集合概念的外延，各分子的外延之和等于该非集合概念的外延。总之，在形构上，非集合概念的分子始终以确定的外延而区别于集合概念中相对集合体性质无特定外延的元素。集合概念与非集合概念的自然语言表达方式一般是不同的。尽管在某些场合有时会有相同的形式，但通过一定的语境我们总能也必须将其区别开来。例如

例1：

人是由猿进化而来的。

例2：

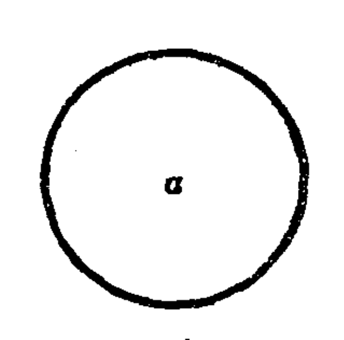
人是要吃饭的。

虽然都是"人"，但例1是在集合的意义上使用，例2则在非集合的意义上使用。

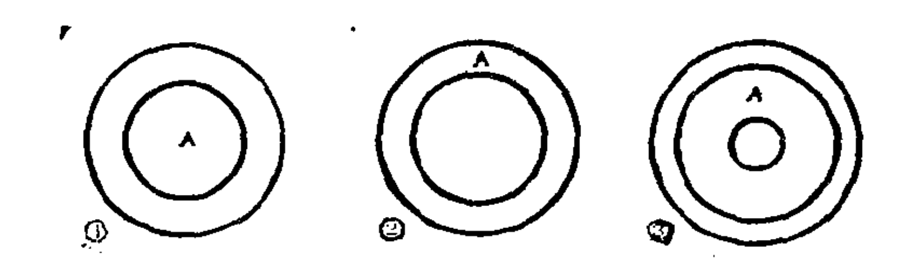
3．正概念与负概念

在客观的认识对象中，事物总是以其特有的属性与其他对象相区别，正概念就是反映具有某种属性的事物的概念。负概念就是反映不具有某种属性的事物的概念。当然，这里"不具有某种属性"只是相对的，负概念的否定总是有个特定的范围——论域。

在形式结构上，正概念因其对某事物属性的直接的肯定，它是可自足的。表为：

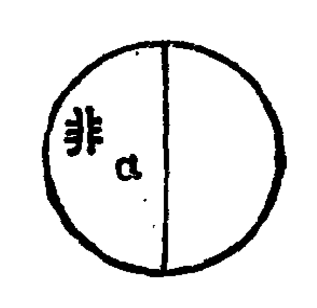


A可以是外延最小的单独概念，那样它就可成为别的某类概念的种概念；A也可以是外延最大的范畴类的概念，那样它就可成为其他某类概念的属概念。A也可以位于二者之间，那样它既可成为某类概念的种概念，也可成为某类概念的属概念。其图示分别为：



其中，①可解释为“鲁迅”（A）和“人”的关系；②可解释为“生物”（A）与“动物”的关系；③可解释为“动物”（A）与“人”（小圆）与“生物”（大圆）的关系。但无论哪种情况下，A都是自足的。

负概念则不然，因它是以对某种事物的属性否定而得的性质为自己的属性，所以它不能自身直接满足。其形构可表为：



其中，大圆为负概念（非a）的属概念。

正概念和负概念在语言表达形式上也有区别。负概念一般以否定的语词来表达，如“非社会主义国家”，

“非导体”等。

在认识中，这两类概念的作用不同。正概念明确表示同一（和某属性一致）；负概念力在表现区别（和某属性不一致）。它们与认识都是需要的。当事物具有某属性时，它必然和该属性相矛盾的事物相矛盾。我们借此可把握事物的肯定性和否定性。

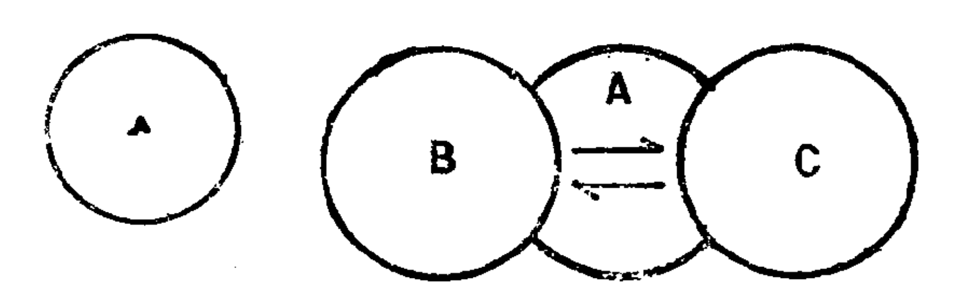
4．相对概念与绝对概念

客观认识对象之间总是相互联系的，相对概念就是以这种关系为认识的对象，反映具有某种关系的事物的概念。例如：强与弱，南与北，上与下，大与小等等。相对概念有相对性，5大于3但小于8。但在一定的论域中，这种关系又总是确定的。

绝对概念是反映自身具有某种性质的事物的概念。与相对概念比较，绝对概念是自足的。

二者的特征可分别用图形表示为：

绝对概念　　　　　　相对概念



如图所示，相对概念存在于具有一定对比关系的，特定的两类事物间的定向关系中。

在自然语言中，相对概念一般以表对比的形式词等来表示。名词等一般表达绝对概念。

5，对象概念与属性概念

对象概念（或具体概念或实体概念）反映的是客观对象

本身，它所反映的对象是具有各种属性的具体事物，如：人、商品、学校等等。

属性概念则是反映对象所具有的某种性质的概念。它反映了事物某种属性中本质的东西，例如红色所表明的颜色，在客观的存在中具有多种的样态，具体的红总与种种不同的属性相联系。淡红和紫红有色调的不同，红花与红砖有所依附的质料上的不同，等等。但反映在"红"这个概念之中时，已是舍弃了红的一切差别性而抽象出来红的本质的特征。属性概念还包括反映事物的活动和变化，反映事物之间的关系的概念，因为这类概念也是对具体事物某方面属性的抽象，如：走、跑、超过、反对等等。

因为对象是属性的基础，属性的负荷者，而属性则是对象的体现者，因此反映属性的概念总是和反映对象的概念联系在一起。对象与属性的划分是一种最基本的划分，任何一个概念或是对象概念，或是属性概念。两类不同的概念在认识中具有不同的作用。

以上列举的，只是常见的一些概念类型。其余的就不在此一一叙述了。事实上，对每类概念，形式逻辑都要揭示它的客观根据和在认识中的不同作用。因为对概念进行分类，就是依据一定的客观基础，根据人们一定的认识需要而进行的，所以各类概念也无疑都有自己的确定的外延。不同类型的概念在形式结构上也表现出区别，并且在语言表达上也有不同的特点。总之，在每一类概念中都体现了一定的客观根据、结构和语言形式三者的统一，概念类型是一个复杂的机制。

二、概念和集合的若干区别

不能把形式逻辑的概念等同于集合论中的集合，两者有根本的区别。

1．集合不具有概念类型的整体特征

集合的特点在于它的可演算性。要进行集合运算，就必须取消概念类型的整体特征所具有的复杂性。由于不同的概念类型有不同的客观根据、不同的形构和不同的自然语言表达形式，在认识中各有不同的作用，因此对其进行演算无疑是不可能的。

首先，集合论必须排除内涵根据的研究而仅仅考虑原来属于概念外延的东西。

一个集合，在集合论中可以用列举的方法加以枚举，那么它就没有揭示这类集合的性质；或者可以用描述特征的方法加以刻画，但这仅是为了给出一个集合，而并不讨论特征描述所依凭的一般的客观根据是什么。各种不同的概念类型有着不同的认识作用，即使是反映了同一个客观事物，各自所据以成立的角度，标准也是不同的。比如一个事物，可以用正概念来表示，也可以用负概念来表示，甚至还可以考虑它是否属于集合概念，例如："经济效益"，它是个普遍概念，也是个正概念和非集合概念。作为普通概念，它告诉我们经济效益的具体形态种类可是多种多样的；作为正概念，它表示该概念的涵义是自足的；作为非集合概念，它告诉我们各种类型的经济效益都有一般的共同的特征。在形式逻辑中，当我们使用不同的概念类型来表述该事物时，我们认识的着眼点是不同的。各类表示同一事物的概念，它们的外延尽管相同，但内涵却不同，涵有的根据不同，因此在判断和推理中

有不同的作用。但一经描述为集合论中的集合，内涵的差别显然毫无意义，只要外延是同一的事物，就是同一个类。

再如，单独概念和普遍概念是两种不同的概念类型，它们各有不同的根据，不同的认识作用，在自然语言中有不同的典型表达式。但如果仅仅抽取其外延而形成集合，那么两种逻辑类型的区别就不见了。

我们用枚举法表示：

设M表示一集合，其元素是唯一的，则可表示为：

$M=\{a\}$。

设M表示一集合，其元素不是唯一的，则可表示为：

$M=\{a, b, c, \cdots, n\}$。

我们用描述法表示：

二者都可写成$M=\{x \mid x$具有性质$y\}$的形式。

通过以上处理，原来的概念类型已不复存在，已不具有原有的复杂性。一个集合是否同一，我们只要看组成它们的分子即可制定，而两个分子相同的集合实际上就是一个集合。各类集合都具有同样的演算性质。例如，无论集合A，集合B，集合C在组成上有何性质上的不同，都能进行各项运算：

集合的并：$A \cup B \cup C$；

集合的交：$A \cap B \cap C$；

诸此等等。

有人设想这是产生新概念的过程。是这样吗？不妨试试看：

设，A＝{喜马拉雅山}；

B＝{阿尔巴虫}；

C＝{《爱因斯坦全集》}；

则：

$A \cup B \cup C$ = {喜马拉雅山，阿尔巴虫，《爱因斯坦全集》}；

$A \cap B \cap C$ = {　}。

原先的A、B、C倒确定无疑地代表了三类不同的具体概念（单独，普通、集合），集合演算后得到的又是什么“新概念”呢？求并运算的结果是{喜马拉雅山，阿尔巴虫、《爱因斯坦全集》}，没有一种具体的概念的内涵有这样的外延；它既是集合又是非集合，既是单独又是普通……或许可用“事物”一词来概指它们，但“事物”的世界并不就是以上三者。至于求交运算而得的{}（空集），则根本不是一种概念类型（我们下面要谈到）。

其次，概念类型的表达形式是自然语言，一定的自然语言表达和一定的概念类型有一致性，对此的揭示可用来规范人们正确理解和使用概念。但是，在集合论中，数理逻辑则统一以形式语言表示各种集合及集合运算。例如，以A，B，C，D等表集合，以a，b，c，d表构成集合的元素，以$a \in A$表属于关系，以$A \subset B$表包含关系。形式语言的特点在于结构已被严格定义，演算中不会有混乱，异义，然它的使用范围却必须严格限定。一定概念类型只要有因素没被定义，就不能成为集合并以符号表示之，例如传统集合就不能表达模糊概念“美丽的花朵”等。不同的概念类型可共同运用于对同一事物对象的认识，从而形成不同的具体概念，然集合的符号表达却最终消除了这种差别。例如某房间住着两人，A是上海来的小张，B是新疆来的老李。在此范围内，A可分别表为：

“小张”（专有名词表单独概念）；

上海来的人（肯定名词表肯定概念）；

不是新疆来的人（否定词表否定概念）。

B也可有类似性质的表示。

尽管是同一个对象，却可用不同的语词表达为不同的概念类型。这决不是无意义的文字游戏。我们假定，因新疆流行某传染病，需要对与之有关的人进行体检，则"不是新疆来的人"一词足可使小张省去不少麻烦，"小张"则不行。有个需要打听上海行情的人显然对"上海来的人"感兴趣，"小张"，"不是新疆来的人"则不会使他感到放心。拜访小张的人直呼其名却比点叫"不是新疆来的人"准确，专名表唯一的意思，否定词则不能直接告诉人们对象还具有什么性质。不同的概念类型有不同的作用，自然语言的表达往往又能使不同的类型区别开来，这在形式语言是困难的。

因此，概念类型作为一个整体，并不能简单地与集合论中的集合等量齐观，二者的性质不同。集合不可能表达概念类型所具有的特殊性质。

2．一些特殊的集合

集合论为了进行集合演算，需要引入一些新的集合（如空集、全集等），这些特殊的集合与形式逻辑的概念类型更是毫无共通之处。

空集（{}）就是其中一例。

空集是集合论中的一个重要概念。它对于定义集合论的一系列基本概念，进行类的运算都是不可缺少的，空集直接地就是任意集合的一个子集。

但是，形式逻辑并不研究空集。形式逻辑的概念类型是用来反映事物的属性和具有某种属性的事物的。不同的概念类型表达了不同的反映角度，但是它们的共同前提都是有客观认识对象的存在。因此，形式逻辑在研究概念的一系列关系（和以这种关系建立的推理）时，所处理的都是非空的概

念。如果它处理空类，那么一系列的逻辑关系就不能成立。比如，直言判断的对当关系和以这种关系为基础的直接推理，是以判断的主词存在（即非空）为前提的。如果它处理空类（空集），那么这种对当关系和直接推理将不能成立。“所有的神仙是漂亮的”为假，然“有的神仙不是漂亮的”也是假的，根本没有神仙的存在。“所有的小青年爱打扮”为假，“有的小青年不爱打扮”必然为真，由于主词存在，可由对当关系中的矛盾关系通过否定全称肯定判断而得到一个特称否定判断。

也不能将空类（空集）当作形式逻辑所讨论的虚概念。虚概念是歪曲反映客观事物及本质的概念，或者说，这类概念是在客观不存在，而由人们虚构的概念。虚概念也有虚构的内涵和外延，在一定的语境中可有各种类型的表现。例如，孙悟空是个单独概念，神仙则是个普遍概念。在人们特定的语境（例如在《西游记》所构造的可能世界中），一定的虚概念涵义确定，确有所指（人们不会把孙悟空混同于猪八戒）。空集则不然，它不含有任何元素，在任何一个可能世界中也不能由{}（空集）变出个孙悟空来。再则，从科学认识的发展来看，虚概念在认识中是需要加以排除的，根本不存在为任一类概念所包含的性质（空集可为任何集合所包含）。

由于形式逻辑不研究空集而集合论引入空集作为自己的基本概念、异致了二者在性质上的更大差异。例如，单独概念的外延为一，归化为集合论的类（集合）勉强可称为单元素集（即只含有一个元素的集合），记为$M=\{a\}$。据集合论有关子集的定义，$\{a\}$有两个子集，即：$\{\}$和$\{a\}$。但是$\{\}$在单称概念中没有存在意义，也是不允许存在的。

综上所述，形式逻辑的概念类型与集合论的集合是不同的。一定的概念类型表现为一定的客观根据、形式结构和语

言表达的三位一体的统一性，集合则是一种单纯的，以形式语言表达的演算因子。形式逻辑研究概念类型的目的，在于通过对这种特殊的思维形式的研究，规范人们具体思维中能明确地理解和使用概念。人们的思维是用自然语言进行的，这种思维活动的因素在整体上并不能被全部严格定义，它是高度复杂的；但是在分体上，一系列的复杂性又构成了特定的语境，在特定的语境中人们又可准确地定义其中概念所表达的意义。概念类型的研究恰是从一方面给人们提供了理解和使用具体概念的方法。概念类型的复杂性既为研究对象所制约，也为研究目的所制约。它的最后的落脚点还在于对具体的概念的把握上。集合论则不然，它构造集合其意并不在于探讨某个具体的集合的性质，而是通过集合的方法来研究数学系统的性质。通常的数学系统都是用一些集合来描述的。"数学的某一门学科，除了要首先弄清楚集合的一般规律外，还要按学科本身的特有规律给集合以一些新的运算限制，形成该学科所要研究的一种数学模型。所以，通常的数学系统不仅是用集合来描述，而且也是要用集合来构造。在这样的前提下，我们才可以进行数学研究中的各种推理，阐明数学理论与数学方法的最深刻的内容。"① 鉴此，集合和概念类型的区别也就是明白的了，研究集合并不是直接规范人们运用概念进行思维的正确性的，也是规范不了的。概念类型看似复杂，但它不是主观的臆造，现实的思维本身是受复杂性制约的。各种各样的概念类型和每类概念类型的复杂性不过是在逻辑上的一种抽象反映罢了。对它的研究目的在于规范现实思维中对具体的概念的理解和使用。事实就是如此。

① 程极泰：《集合论》，国防工业出版社1985年4月版，引言。

第三节　概念外延和集合的区别

集合论中的集合是一个数学的概念。集合的方法不能表达人们思维活动中所运用的概念的全面的逻辑特征。即集合不是概念类型，也不能取代概念类型。二者有不同的性质。

概念的外延也是和集合有区别的。

1．集合并不都构成概念的外延

集合的构造有一定的规则，它要求描述的对象有"一定的，彼此可以明确识别的性质"（康托语）；这种按一定规则的构造在另一方面却可以是任意的，它不必顾及元素之间所具有的关系。因此，集合和概念的外延就有形成根据上的不同。因为概念的外延是指具有某种属性的对象，这种属性是为该类对象共同具有且仅为它们所具有的，根据集合的构造规则完全可破坏概念外延所要求的规定性。

举个例子说，一个集合，可用描述法构造也可以列举的方法构造，后者区别于前者的特点可直接把"一定的，彼此可以明确识别的性质"的对象列举出来，并不问对象之间是否具有某种联系。例如：

{月亮，阿米巴虫，海淀某商场的某块香皂}，

该集合内的元素是"一定的，彼此可以明确识别"的，它们确实可构成一个集合。但是，该集合确实又不是任何一个概念的外延，并不在各元素之间存在着一种为它们共同具有且仅为它们所具有的性质。

所以，集合和概念的外延是有区别的。

2．概念的外延并不都表现为集合

构造一定的集合需要遵循某种确定的规则，集合的构成

又是被严格定义的。康托关于集合的描述（也是传统集合的描述）其实已告诉我们了构造集合的有限性。因为根据康托的原则，我们甚至都不能将日常所见的许多关于个体的概念处理成为集合。例如：

秃子，美丽的鲜花，高个子的人，粗大的杨树……

以上都是我们常见的概念。麻烦的是，却几乎对每个概念都可提出“灾难性”的问题，这个灾难性就是模糊。什么是“秃子”？秃子显然不同于光头，那么头发又该少至怎么个程度？“美丽的”精确标准又是什么？何谓“高个子的人”，是一米七五，还是一米八〇？……不消除这些模糊性（有些模糊几乎是不可消除的），就不能形成康托意义上的传统集合。

当然，集合在构造上的限制决不仅是针对传统集合的。模糊集合的产生就已在一定意义上扩充了传统集合。上述不合传统集合的模糊概念却可成为模糊集合。其关键在于模糊集合的构造规则与传统的方法不同。

“在普通集合论中，特征函数值只取 0 和 1 两个值就已足够，也就是说，特征函数与集合{0、1}相对应。

在描述一个模糊集合时，我们可以在普通集合的基础上，把特征函数的取值范围从集合{0、1}扩大到在{0、1}区间连续取值，这样一来，我们就能借助经典数学这一工具，来定量地描述模糊集合。”① 模糊集合的特征函数可称为从属函数，虽然引入从属函数的概念并未使对象精确化（“事实上，也不可能存在对任何问题，对任何人都适用的确定从属函数的方法，……模糊集合说到底毕竟是依赖于主观随意性的东西”。②），但因为从属函数的引入而改造了原传统集合的构造

① 楼世博等：《模糊数学》，科学出版社1983年8月版，第19页。

② 同上，第20页。

原则——“一定的，彼此可明确识别的性质”，所以它可在更大范围内构造集合。

但是，问题并不在传统的构造规则的限制上，特定的限制可打破，问题在一切集合的构造规则都有其自身的严格限制。打破旧的限制产生了新的规则，新的规则同样是一种严格的限制，只要概念中有一种主要的因素没有被构造规则所定义，该类概念就不能被刻画为一定的集合。无情的事实是，无论集合构造规则怎么发展，它最终是只与表实体的对象概念有关，集合总是关于实体的集合。但是概念类型除了对象概念还有属性概念，它不反映事物的个体而是表示事物某方面的性质和关系等。属性概念的因素是不能为任何的现有已知的集合构造规则所定义的，所以，大量的表属性的具体的概念是不可能成为集合的。这部分数量确实很多，太多了。亚里士多德曾提出十大范畴："它们一共有十种：实体、性质，数量，关系，地点，时间，姿态，状况（具有），动作，遭受"。①其中的"性质"，"关系"，"姿态"，"状况"，"动作"，"遭受"就是与"实体"等不同的。拿我们今天的话说，诸如"勇敢"，"美好"，"大于"，"小于"，看"，"走动"，"顺利"等概念都分别描述了事物的性质，特征，关系，是属性概念。这些却是不能被刻画为集合的。

不能表为集合的概念有没有外延？当然有。模糊概念有外延。在思维实际中，人们依于一定的语境可确定地划定其外延。属性概念有外延。在形式逻辑中，我们和概念的确定意义相联系，是能够正确指称它们的适用范围（外延）的。这些对于以复杂性为特征的人的思维活动来说，作诸如此类的分析、整理已是司空见惯极为平常的事。更何况概念的表

① 《论辩篇》第103页。

现形式——自然语言也是极其复杂的哩。

由此看来，概念的外延和集合论的集合谁也不能包含对方。二者在表面上是交叉地联系着，但在构造根据、原则等方面却有着根本性质的不同。概念的外延和集合不能混为一谈。

第四节　概念间关系和集合间关系的区别

概念与集合性质殊异，概念的外延不同于集合，概念间的关系也是与集合间的关系不同的。集合间的关系是建立集合演算的基础。通过区别两种不同的关系，我们也就更可看清集合演算对概念研究倒底有多大影响了。

有必要指出区别开这两种关系的背景：

首先，二者的论域不同。概念关系的论域是所有类型的概念、集合关系的论域仅与部分概念的外延有关。

其次，二者的复杂性程度不同，概念间的关系是概念整体之间的一般关系，它在本质上是一种同异关系，但却是受概念整体特征制约的同异关系。例如，它一般不讨论不可比较的关系（如美国和石子的关系），尽管两不可比较的概念在外延上定然全异，然而在认识中却毫无意义。集合间的关系却纯粹是一种同异关系它仅与集合的构造有关。

因有以上不同的背景，下面我们要讨论的二者各自的关系就是不同的。

1．概念的全同关系与集合的同一关系

概念的全同关系指两个外延完全相同的概念间的关系。集合的同一关系指两个构成元素完全相同的集合间的关系。二者在外部特征上相似然而内在涵义非常不同。

首先，属性概念间的全同关系并没有与之相对应的集合

间的同一关系；集合的空集同一于空集，然却不是概念类型的全同关系。二者在结构特征上有区别。

其次，概念的全同关系的成立以构成根据的不同为条件。有全同关系的两个概念，反映了从不同角度认识同一事物的结果，所以内涵必须不同，所反映的特有属性有区别。例如，“驼鸟”与“不会飞的鸟”是两个同一外延的概念，但前者重在综合地反映该类动物的属性（有羽毛，卵生的等等），后者则重在反映这类对象的特有的性质——不会飞的。因此二者的内涵不同。具有同一关系的两集合仅要求构成元素相同，其它的一切区别都是不必要的。例如，

设 $A=\{a, b, c\}$，$B=\{a, b, c\}$，

则 $A=B$。

集A与集B有同一关系。

由此可知，具有全同关系的概念各自所具有的客观根据是不同的，它们在认识中具有不同的作用，尽管外延相同，彼此却不可以任意置换。例如，同样所反映的对象是人，有生物学的定义，医学的定义，还有哲学的定义……各自显然具有不同的作用，在认识中有不同的地位。即便使哲学家下的定义，苏格拉底的与马克思的就非常不同，前者是“没有羽毛、直立行走的动物”，后者是“能用语言思维、能制造工具并使用工具进行劳动的高等动物”。概念以一定的自然语言形式表达出来，这两种表达方式是不能任意置换的。又比如，“屡战屡败”与“屡败屡战”尽管表述了完全相同的事实，但是两种表现形式的内在涵义却大有区别，也不可不慎重使用。

集合则不然，由于它仅注意构造元素的相同，其表达可完全使用符号，因此具有同一关系的集合在实质上是完全相同

的。它们在演算中可以互换，通过集合的并，交可以成为一个集合。例如：

$\{a, b, c\}\cup\{a, b, c\}=\{a, b, c\}$,

$\{a, b, c\}\cap\{a, b, c\}=\{a, b, c\}$,

总之，概念的全同关系在形构方面，客观根据方面、表现形式方面均有异于集合的同一关系。概念的全同关系所具有的复杂特征也是为规范人们的思维活动所必需的。集合的同一关系则表现出简单而可演算的性质。

2．概念的属种关系和集合的属于关系，包含关系

概念的属种关系是一种特殊的两类概念间的关系。有属种关系的两概念外延不同，属概念的外延必然包含种概念的外延，两概念的内涵不同，种概念必然包涵属概念的内涵，并另有自己的中心内涵。例如，"白马"的外延包括在"马"之中，"马"的涵义当然为"白马"所具有，并且"白马"还有更丰富的涵义。

在集合论中，集合与构成该集合的分子元素之间的关系与集合与集合之间的关系是严格区分的。前者如，$a\in A$ $(A=\{a, b, c\})$，后者如，$A\subset B$ $(B=\{a, b, c, d\})$ 我们在先已指出，二种关系的性质不同。但是它的无论哪一种关系都不同于概念的属种关系。

首先，概念的属种关系只存在于特殊的，内涵有直接联系的两类概念之中，这些概念既可以是对象概念，也可以是属性概念。集合的包含关系，属于关系却是不反映属性概念的属种关系的。

其次，一定的两类机会之间具有属种关系，特殊地，某类概念也可和其他许多概念具有属种关系（只要它们的内涵是有一定联系的)。但是，并不可能使某类概念和所有的概念

都构成属种关系。集合则不然，集合中有空集，空集是任何集合的子集，换言之，空集和任何集合都具有包含关系。这在形式逻辑中是不能解释的。

再次，集合以形式语言表达，严格区别开属于关系和包含关系是类演算保证正确的条件之一。例如，

设 $A=\{a\}$（A是仅包括 a 类元素的集合）

$B=\{a,\ b\}$

则 $\{a\}\subset\{a,\ b\}$ 成立，但 $a\subset\{a,\ b\}$ 却不成立。

集合的属于关系是不传递的。例如：

$a\in\{a\}$，$\{a\}\in\{\{a\}\}$，

但是，$a\notin\{\{a\}\}$。

与集合不同，概念的表现形式是自然语言，在这种表现形式中不存在着类和分子的区别。

例如、对于“世界上最高的山峰”这一单独概念，它的外延无论以元素还是集合来定义，其表现形式都是“珠穆朗玛峰”，没有根本的区别。(在集合中，$\{a\}$ 与 a 则有性质的不同)

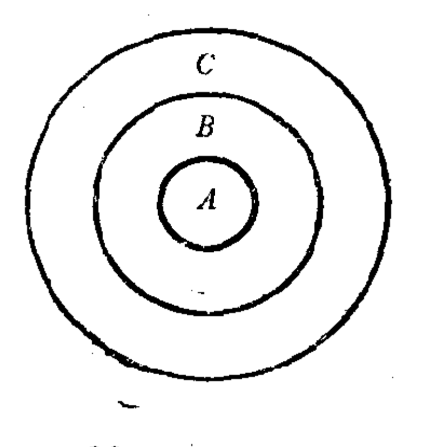
形式逻辑的属种关系也具有传递性。例如，

蔡元培先生是（属于）中国的知识分子；

中国的知识分子是（属于）中国人；

所以，蔡元培先生是（属于）中国人。

以上关系可用图表为：



（A，B，C分别代表蔡元培、中国的知识分子，中国人）。

第四，具有属种关系的概念之间存在着内涵与外延的反变规律，即内涵愈多，外延愈小；外延愈大，内涵愈少。反变规律是人

们进行概念的概括和限制的根据。但是，在集合的属于关于，包含关系中却并不表现这一规律，一则集合没有内涵的研究，二则反变规律只表明了一种演进的方向，本身不是严格的函数关系。

综上所述，由于所依凭的根据不同，语言表达形式不同，所表现出来的特征不同，概念的属种关系是与集合的属于关系，包含关系殊异的。

3．概念的交叉关系和集合的交

概念的交叉关系是指两概念部分外延重合但并不全部重合的关系，如图示：

（A、B分别表两不同的概念，图中斜线部分是A、B的交叉）。

交叉关系的逻辑实质在于，它是人们按不同的标准对同一属概念进行划分所得不同种概念之间的关系。

集合的交是一种演算关系，例如：

$A=\{a, b, c\}$，$B=\{a, b, d, e\}$，

则 $A\cap B=\{a, b\}$。

但是概念的交叉并不等于集合的求交运算。集合运算的前提需要引入空集，全集等特殊集，它们在概念类型中没有什么可与之对应。如果将空集等引入概念论中，则概念的交叉关系就不能成立。因为A、B两个相交的概念中，只要有一个是{}（空集），或者有一个是I（全集），则A、B之间就不可能有交叉关系。

此外，具有交叉关系的概念，在内涵的联系上也有别于其它关系的概念。它们的属概念的内涵共有，但各自的核心内涵却不同。交叉关系的形成有一定的客观根据。诸如此

类，在集合中就更不具有了。

4．概念的全异关系和集合的全异关系

概念的全异关系，其外延特征是两概念的外延没任何部分重合；集合的全异关系，其构造的特征是两集合没有任何共同的元素。在这点上二者有相似之处。

但是，两种全异关系在一系列根据上有很大不同。

首先，构成全异关系的两概念，它们的内涵却有一定的联系。它们同处于一定的属概念之中然核心的内涵却完全不同。例如，“正义战争”和“非正义战争”都属于“战争”，“甜”和“不甜”都属于味道，“红”与“黑”都属于颜色。因此，概念的全异关系一般是可比较的（总有一定的内涵联系），“美国”和“石头”虽然外延全异，但它们的内涵没有直接联系，一般就没有研究的必要。集合则不然，构成全异的集合不需要有内在的联系为根据。它们仅是构成元素（这是可用符号直观显示的）的不同。

其次，因内在联系的根据不同，概念的全异关系有不同的种类，它们各有一定的特点，在认识中有不同的作用。但对集合的全异关系却不可能有更具体的分类。例如，概念的全异关系可分为矛盾关系、反对关系、不相容的并列关系（以上为同属的全异关系）和非同属的全异关系。它们的区别在内涵的联系特征上。矛盾关系是同属的（同一个属概念），但各自的根本涵义完全不同且互相否定，各以对方的所否定的性质为已方的核心涵义。这两类概念的外延全异，但外延之和等同于属概念的外延。在自然语言中，肯定概念若表为“A”，其否定概念总可表为“非A”。在逻辑上，利用矛盾关系可以互推，即肯定二方便可否定另一方，反之，否定另一方也可肯定一方。

反对关系是同属的，但各自的根本涵义既互相否定又都各自肯定。它们的外延全异，但外延之和小于属概念的外延。在逻辑上，反对关系可由肯定一方推及否定另一方，却不能由否定另一方肯定一方。

不相容并列关系性质与反对关系相似，但一般指称三个（或三个以上）的概念的全异关系。

非同属的全异关系既是不同核心涵义，也是不同属的（没有、或找不出明显的属概念）因此，它们总和的外延特征难以断定（因不能确定属概念），仅一般地表示了全面排斥。

各类不同的全异关系在认识中有着不同的地位，这就不多说了。

总之，由以上所述可以断定：概念间的关系与集合的关系有根本性质上的不同。它们的一系列客观根据、语言表达形式和形构特征是不同的。简单地说，集合间关系的特点在于它的简单性和可演算性，概念间的关系则要复杂得多，这是由思维本身的复杂性决定的。在概念间的关系中也表现了形式逻辑所特有的关于思维形式的三位一体的特征。

第五节　形式逻辑和数理逻辑在定义理论上的区别

一、形式逻辑定义理论的若干特征

1．定义是明确概念内涵的逻辑方法

形式逻辑认为，定义是以简短的语句明确概念内涵的逻辑方法（在此主要指真实定义）。例如，“人是能制造和使用工具的动物”这一定义，“能制造和使用工具的动物”就是

"人"的内涵。

定义在认识中有着重要的作用。

定义是一种认识真理，探索新知的必要的逻辑工具。在认识中，我们无论是提出问题还是回答问题，都需要概念明确，用定义来明确所使用的概念的内涵就是其中的必要步骤。同时，就一门科学来说，它总是由基本概念和非基本概念联系起来的系统，通过定义的方法可准确地理解其中的一系列概念。定义还具有分析的作用，可通过对概念内涵的分析来考察概念的使用是否明确。定义还有综合的作用，能准确地表达我们对客观事物的多方面的认识，巩固和交流认识成果。诸此等等。总之，定义和人们一定的认识活动相关联，总结和整理着人们的认识成果，所以定义具有创新性和确定性，在一定的认识过程中有着确定的，不可取代的作用。

2．定义的复杂性

（1）定义类型的复杂性

形式逻辑从整体上将定义分为两大类，真实定义和语词定义。真实定义是揭示概念内涵的定义，语词定义是说明或规定语词或词组的意义的定义。语词定义又可分为两大类，说明的语词定义和规定的语词定义。定义类型是丰富复杂的。此外，这种复杂性还表现在各种定义类型都是有联系的。其实定义和语词定义的联系主要表现在两个方面，第一，语词定义本身虽没有直接揭示事物的本质，但它能起辅助明确概念的作用，使人们通过了解语词的意义而把握该语词所表达的概念。而且，说明的语词定义有真假，其真假即表现在其说明是否与确定的用法一致（这点与真实定义有联系）。例如，"犊"、即"小牛"的说明是正确的，倘解释成"犊即

牛”就不对了。第二，语词定义作为对事物认识的起点，由此而达到真实定义。概念的产生和存在离不开语词，任何一个正常的会用语言的人都对语词有许多相应的抽象的规定，也就是说有许多相应的语词定义。但是这种规定，在其一开始还不是揭示了事物的本质的联系，由此出发，人们在认识的深化中不断给语词以更丰富，更深刻的规定性，直至真正揭示事物的本质，达到科学定义——即真实定义的形成。规定的语词定义也同样，它的规定必须合乎某些规律或日常习惯（即受着人们既成认识的约束），从而成为人们认识真理，揭示事物本质的手段。总之，定义类型和各类型定义的联系表现为复杂性。

（2）定义规则的复杂性

定义规则要保证人们能运用定义正确揭示事物的本质属性，它总结了人们的认识经验，有一定的客观基础，在内容上具有复杂性。

规则1，定义必须相应相称（下定义的概念和被定义的概念，二者的外延必须相同）。如果定义项概念外延大于被定义项概念的外延，就叫外延过宽，小于就叫外延过窄，在这两种情况下都不能达到揭示被定义概念的本质属性的目的。因为定义过宽，便没有将与被定义概念并列的其他种概念间的种差揭示出来，所指出的内涵不完全。定义过窄，则将不属于该被定义概念的某些事物属性混同于该概念的内涵，同样不能达到明确内涵的目的。

规则2，定义概念不能直接或间接包含被定义概念（定义不能循环或同义反复）。定义的目的在于确定被定义概念的内涵，倘用被定义概念给自身下定义（直接或间接地），等于是文字游戏，并没有触及它所具有的涵义。

规则3，定义必须清楚确切，不能用比喻或含混的语词。

规则4，定义一般是肯定的。因为它主要是告诉人们对象具有什么性质（定义），否定则一般做不到这一点。

总之，定义规则都是从思维实践中总结出来的，它们从不同方面表现着定义的实质和要求，对人的思维具有规范的作用。有人曾指责定义规则的"模糊性"（那不过是复杂性的代名词）。什么叫揭示"本质属性"？什么是"含混的语词"？"直接或间接包含"又是什么意思？能给出精确的形式公式吗？能运用于数学吗？这些责问看来似乎很有"道理"，其实恰恰忘了把握定义规则的主体——人的头脑。人脑不是白纸一张，它积累着复杂的文化因素（在一定条件下总具有恰当理解问题的足够的语境因素）。定义规则来自于对人的思维实践的总结，其提炼和运用不离共同的人类文化背景，因此，规则的提出和规则的理解都是必然的事。形式逻辑研究定义规则不是将它作为数学定理，目的是直接（并且仅仅是）使人们通过对规则的自觉把握，规范思维活动的正确性。在一定意义上说，定义规则的作用需要内化于人的思维之中才能显示出来。定义规则的复杂特征恰好和人脑的复杂性相一致，人的思维能有效地把握定义规则的复杂性，人们掌握这些规则，再和具体的科学认识相结合，就能够比较正确地下定义，在本质上把握事物。这是因为，人们思维的复杂因素的涵义虽不能宏观整体地被严格规定，但复杂性却可构成无数特定的语境，在一定的微观分殊的语境中，我们可确定一定因素在其中的意义。形式逻辑的定义规则是就人类思维的整体提出的（如果规则仅限于某几个或甚至一种因素，限于分体的一个严格定义的区域，那它就不会具有对思维整体的规范

作用)，由宏观整体的规范到微观分体的确定意义，定义规则起了定向制导的作用，把握这个过程的主体却只能是人脑。定义规则的理解和使用都是和人们复杂的思维活动密切相关的。

(3)定义的自然语言表达方式的复杂性

定义的语言表达形式多种多样。有典型的判断句式，如"S是P"，也有其他一些常用的语言形式。例如

例1：

所谓S，就是P，如所谓真理，就是对客观事物及其规律的正确反映。

例2：

什么叫S，就是P，如什么叫哲学，哲学就是关于世界观的学问，是系统化，理论化的世界观。

此外，定义的规则用自然语言表达，也是复杂的。

总之，定义是一种明确概念内涵的逻辑方法，定义具有创新性和确定性，它在类型，规则和语言表达形式等方面表现出高复杂性，定义的创新性、确定性和复杂性是与人们思维的特征和目的相一致的。

二、数理逻辑形式定义的若干特征

数理逻辑"在稍广一点的意义上，它（指数理逻辑）包括定义的理论。"① 它所研究的是一种形式定义。要详细地讨论这种定义，我们前面所介绍的数理逻辑知识还非常不够，不过对于一般的比较仅就其大概特征作些简介也就够用了。

1．形式定义是确立一个表达式的意义的语句

在数学演算中，为了简要和确切，有时需要引入新的符

① (美)P·苏佩斯:《逻辑导论》，中国社会科学出版社1984年7月版，导言。

号，“定义就是确立一个表达式的意义的语句”。① 或者说，它的作用在于确定引入演算系统中的一个新的表达式的意义。

举例说，我们在第一章介绍过一个命题演算的心理系统，这个系统的初始演算前（未加定义的）只有两个（“$\rightharpoondown$”（非）和“V”（或））。用以上两个符号，我们可以表示该系统中所有的定理和公理，但是，如果仅有两个符号，在表达较复杂的命题时就会不那么明了。例如，

$$r\ (P\equiv q)\equiv(\rightharpoondown P\vee q)\wedge(\rightharpoondown q\vee P),$$

这是该系统的定理。其中除两个初始符号外，还有“≡”（等值），“∧”（合取）等符号。如果完全用初始符号，则上式可表为：

$$r\rightharpoondown(\rightharpoondown(\rightharpoondown(\rightharpoondown(\rightharpoondown(\rightharpoondown P\vee q)\vee\rightharpoondown(\rightharpoondown q\vee P)))\vee$$
$$(\rightharpoondown(\rightharpoondown(\rightharpoondown P\vee q)\vee\rightharpoondown(\rightharpoondown q\vee P))))\vee\rightharpoondown(\rightharpoondown(\rightharpoondown(\rightharpoondown$$
$$P\vee q)\vee\rightharpoondown(-q\vee P)))\vee(\rightharpoondown(\rightharpoondown(\rightharpoondown P\vee q)\vee\rightharpoondown$$
$$(-q\vee P))))。$$

这显然太繁杂了，于是需要引入一些新的符号，这些符号起了简化表达的作用。而用已有的符号确定新符号的意义，这就是形式定义的作用。形式定义并不涉及认识中客观事物的本性，与概念的内涵毫无关系。

形式定义也有定义项和被定义项。把被定义的符号式与其它在本系统中已采用的符号式联系起来，我们就能得到对新的符号式的意义的确定。例如在一定的系统中，我们可以初始符号“$\rightharpoondown$”和“v”，将A∧B定义为$\rightharpoondown$（$\rightharpoondown$A v $\rightharpoondown$B）。

在一个形式系统中，它的第一个定义仅由初始符号的意义确立；它的第二个定义仅由该理论的初始符号和被第一个定义确立了的符号所确定；第三个定义由初始符号和被前两

① 〔美〕P·苏佩斯:《逻辑导论》第187页。

个定义所确立了意义的符号所确立。由此类推，其他定义的情况也如此。所以形式定义非常清晰，严格有序。例如：

在"$\wedge$"被定义后，我们可用它加上初始符号来定义"$\supset$"，$A \supset B$可定义为，$\neg(A \wedge \neg B)$；

在"$\supset$"被定义后，又可用它加上"$\wedge$"与初始符号来定义"$\equiv$"，$A \equiv B$可定义为，$(A \supset B) \wedge (B \supset A)$。

由于采用形式语言，也保证了整个定义系统的清晰性，因为定义的规则也是以形式语言表述的。

2．形式定义在理论上可以省略

苏佩斯说："从逻辑推理的观点来说，一个理论中的一个定义仅仅被看成为一条新公理或前提，但这并不是说一个定义将对那个理论有任何实质性的增强，引进一个新符号的目的是为了便于对那个理论的结构进行演绎的研究，而不是增补其结构"。①

所有的形式定义都必须满足两条原则：

（1）可消去性原则

一个定义出的符号总是能从该理论的任何公式中消去。它的严格表述是："在某一理论中引入一个新符号的一个公式S，它满足可消去性准则，当且仅当，如果S_1是一个新符号在其中出现的公式，就有一个此新符号不在其中出现的公式S_2，使得$S \rightarrow (S_1 \leftrightarrow S_2)$（即$S \supset (S_1 \equiv S_2)$）是能从该理论的公理和在先的定义中推导出来的"。②例如，我们可仅用初始符号来表达第一章所例举的整个系统的公理和定理，消去其中被定义的"$\supset$"，"$\wedge$"，"$\equiv$"等符号，由此而得到的公理系统与原系统完全等值。

① 〔美〕P·苏佩斯：《逻辑导论》，第188页。

② 同上，第189页。

（2）非创新性原则

在形式定义中，一个新的定义不能使旧符号之间那些先前不可证的关系得到证明，它不能起创新的公理的作用。“在某一理论中引入一个新符号的一个公式S，它满足非创新性准则，当且仅当，不存在该新符号不在其中出现的公式T，使得S→T（即S⊃T）可以从该理论的公理及在先的定义推导而得，而T却不能如此推导而得。”① 例如，

设 初始符号是→，V，

我们所需第一个定义的符号是“⊃”，

如果我们将“⊃”定义为，A⊃B等值于→(A Λ→B)，这就犯了创新性的错误。因为在定义项（→A Λ→B）中，“Λ”既不是初始符号，也从未被初始符号定义过，是创新的。如果用于演算，则由引入“⊃”所得到的结果不能由仅由初始符号组成的公式得到，因此，“⊃”在此的定义是错误的。当然，如果我们在定义A⊃B之前，就已有对“Λ”的定义（A Λ B定义为→（→A V－B）），然后再定义A⊃B为→（A Λ→B），这就不违反非创新原则了。因为根据A Λ B的定义，→（A Λ－B）可等值地转变成→→（→A V B），其中的新符号已可被全部消去，不具有创新性。

综上所述，数理逻辑研究的是形式定义，形式定义的特点在于非常清晰、严格有序，它在一定的理论系统中是可以消去的，不具有创新性。形式定义的特点，对于数理逻辑特定的研究对象和研究目的来说，无疑是非常必要的。

三、形式逻辑的定义与形式定义之比较

1．两类不同性质的定义类型

① 〔美〕P·苏佩斯：《逻辑导论》，第190页

形式定义和真实定义是不同的。真实定义是直接揭示概念内涵的逻辑方法。一个真实定义的确立，往往是人们对事物的新的认识成果的标志，它涉及了认识的真理性问题，在思维认识中，真实定义无疑具有创新的作用。因此一个正确的真实定义一旦形成，在认识中就有独特的，不可取代的作用。可以说，创新性和认识中的不可取代性是真实定义的生命。一个定义如果没有揭示出一事物区别于别事物的本质属性，它就根本不能成立，也是定义规则所不容许的。定义的不可取代性并不是关于某事物的认识永远不变，而是说，在一定的认识阶段，它具有独特的作用。真实定义的创新性和不可取代性是和形式定义的本质区别。真实定义在科学中有广泛的运用，任何一门学科都有自己和别的学科相区别开的基本概念，基本关系。这些基本概念，基本关系的涵义是需要依靠真实定义来阐明的。即使是数学，只要涉及真概念的阐述，形式逻辑的真实定义也仍然起作用。

形式定义也不同于语词定义。规定的语词定义是具有创新性的。此外，在认识中，语词定义和真实定义有密切的联系，真实定义是说明的语词定义的基础。因此，形式逻辑的任何定义都直接或间接地与定义的创新性和认识中的不可取代性有关。它们的共同作用都是揭示概念的内涵。

与形式逻辑的定义类型不同，形式定义本质上是辅助，方便演算的一种方法，它的可消去性原则和非创新性原则表明它在理论上没有存在的必要。

不同的特征反映了两类定义在根本性质上的区别。我们在先已经指出，形式逻辑定义类型（以下简称逻辑定义）与人们的普遍的思维过程相联系，它存在于构成思维活动各要素的普遍联系之中。思维活动的整体是不能被严格地加以形

式规定的，因为它的因素极其复杂，也不断产生新的因素。但是，一系列的复杂因素却保证了微观语境中理解某种因素的可能性。逻辑定义的作用就在于提供一种方法，运用这种方法能保证人们根据一定的语境确切地把握其中的一定的因素。思维活动可具体在一系列的语境之中，因此，微观的确定把握保证了宏观的整体一致，这样，一定要素在不同语境中就有被严格规定的必要，这种规定产生的意义在该语境中就是创新的，在构成思维活动宏观整体的一系列的语境中就是独特的，不可取代的。简要地说，逻辑定义的创新性等因素与人们思维活动的宏观复杂模糊，微观具体、确定的特点相一致，逻辑定义的目的就是规范思维的。

与逻辑定义不同，形式定义的运用有严格的限定。其对象是被严格的规定的形式系统。构成形式系统的每一因素都已被精确规定，整个系统之内不允许有任何未知的因素存在。在该系统之内定义出一些新符号的目的只是为了方便演算，因此，形式定义当然不能具有创新性，因为在该形式系统之内原已无新的因素了。形式定义的特点是由形式系统的特征所决定的。假如形式定义中含有原形式系统所不具有的因素，那么通过定义给出的系统必定与原系统不等价，定义也就失去了方便研究的意义。譬如钱包是为了方便放钱，但如果是个破钱包，它就不仅无益，反而是有害的了。

此外，逻辑定义在类型，规则等方面具有复杂性，它们的表现形式是自然语言，自然语言也是高复杂的。相反，形式定义则是形式语言的，它能有效地防止原系统未知的因素“混x”该系统，因为整个系统已先在地被严格规定了。

总之，逻辑定义和形式定义在科学认识中具有不同的作用，都要不断发展以日臻完善。

2．再谈定义的研究目的

逻辑定义和形式定义的研究目的不同。这是通过讨论必然得出的结论。形式定义不是用来规范明确概念（在日常思维中）的思维实践的，我们不能以它规定一系列的基本概念和基本关系。在此，如果我们再进一步将定义问题放到形式逻辑明确概念的诸种方法中考察，就更可以感到这一点。

形式逻辑明确概念的道路在对概念本性的研究中就已开辟。从概念的特性分析中我们知道，明确概念，就是要明确概念的内涵和外延。下定义仅是一种明确概念内涵的逻辑方法，与之相辅应的，有明确概念外延的逻辑方法——划分，还有根据概念的内涵与外延的反变关系而得出的概念的概括和限制的方法。这些都是数理逻辑所不研究的。形式逻辑在定义理论中对认识问题的密切关系和整个明确概念方法的全面性和丰富性正好表明，一门以人类认识中现实的思维形式为研究对象的，作为认识工具的形式逻辑与数理逻辑是两门性质根本不同的学科，有着不同的适用范围。形式逻辑所具有的明确概念的科学任务，是数理逻辑所不能取代的。

本 章 小 结

现在，我们将本章所讨论的问题综述如下：

形式逻辑的概念论与数理逻辑的集合论是两门各具有不同的研究对象，方法和特征的学科。概念论的研究对象是概念，集合论的研究对象是集合。

概念与集合是不同的。

概念是反映事物本质属性的思维形式，它是思维形式序列中一个重要的环节。概念的内涵和外延是它所特有的逻辑

特征。有许多不同的概念类型，每一类概念类型都是从不同的方面、角度反映事物的属性，从而形成各自特殊的客观根据，形式结构和语言表达形式。各类概念都体现了概念的逻辑特征。

集合是一种对一定个体的数学抽象，它是完全形式化了的构造，集合的构造与概念的内涵无关紧要，它不具有概念的整体特征，集合演算是数学演算。

概念的外延与集合是不同的。

由于二者的形成根据不同，即使在简单的比较中也可表明，有些概念的外延不能归化为集合（例如属性概念的外延），而有的集合也根本没有可与之对应的概念的外延（例如空集）。

概念之间的关系也不同于集合间的关系。

集合之间的关系，仅表现为所构成集合的元素之间的同异关系。概念间的关系则是概念类型整体间的关系，因此具有更丰富的规定性。例如外延的全同以内涵的各异为条件，外延的全异也以内涵的一定联系为条件。集合的类似关系却没有这样的规定。属种概念间具有的反变关系也不能成为集合中的规律。此外，由于构成前提和表达形式不同，有些关系是不能严格互为对应的。例如，集合的属于关系，包含关系并不严格与概念的属种关系对应；概念间的交叉关系之成立又是以排斥空集为前提，诸此等等。

因此，概念论与集合论在一系列基本概念，基本关系上有性质的差异，它们的研究目的也各不相同。

概念论研究的目的在于，通过对各类概念的整体特征，逻辑性质及一般认识方法的研究，指导人们去明确具体的概念。集合论的研究意义在于，可运用集合的方法构造一定的

数学系统，研究系统的一系列特征，探讨集合体间的一系列基本原理、基本问题。例如归纳原理、递归原理，选择公理等等，探讨无穷集合的途径和研究无穷集合的具体方法。

概念论和集合论是两门不同性质的学科。

我们还指出，形式逻辑的概念论还包括它的定义理论，它与数理逻辑的定义理论也有本质上的区别。

逻辑定义是明确概念内涵的逻辑方法，它总结人们的认识成果，有探获新知的作用。逻辑定义具有创新性，在一定认识中有不可取代的作用。

形式定义是在形式系统内用已知元素定义新符号的方法，它可方便研究，但形式定义不具有创新性，它是可消去的（就理论上而言）。

逻辑定义在其类型、定义规则，表达形式诸方面具有与思维特征一致的复杂性；形式定义的构造则是形式语言的，它以极高的精确性保证它的非创新性。

逻辑定义作用于人们普遍的思维过程，它是明确概念的一种方法，概念的划分，概括和限制与之相倚而成统一整体。形式定义只作用于各结构因素都被严格规定的形式系统之中，是不能以之规范人们普遍的思维过程的。

总之，概念论作为形式逻辑的一个重要组成部分，它所解决的问题，它的特点和作用，是数理逻辑的任何部分也不能取代的。

第三章　判断和命题公式

判断和判断理论的研究在形式逻辑中占有重要的地位，在我们的比较研究中也有着重要的地位。只要注意，我们就会看到在一些文章中常常未加定义地使用诸如“S⊃P”、“S∨P”等公式来表达判断，似乎认为二者是等同的，且后者的表达优于前者。不错，“S⊃P”，“S∨P”之类在严格定义后可成为形式系统的公式，数理逻辑在此的研究也是整个理论中相当精彩的部分。问题在于，形式系统中的一系列公式与人们日常思维中普遍运用的各种类型的判断究竟是什么样的关系？它们是等同的吗？如果不是，它们的差别又具有什么样的性质？结果又怎么样？等等，这些问题，就是本章讨论的重点。

第一节　判断理论与命题建构

判断理论是形式逻辑研究判断的一系列逻辑性质、形式结构和认识作用，探讨规范判断恰当性的途径方法的理论体系。命题建构在此泛指数理逻辑对命题性质的理解和形式公式的构造方法。我们分别考察二者的性质和关系。

一、形式逻辑的判断和判断类型

1. 从思维认识中看的判断

判断是对思维对象有所断定的思维形式。在认识过程中，任何判断就其形式上的内容来说，首先是作为一种具有某种属性的思想而出现的，它反映了认识中把握到的某种属性属于（或不属于）某种对象的思想。在这里，判断的对象可以是任何的物质对象，如“中国女排是一支连续多次在世界重大比赛中夺得冠军的球队”；它可以是任何思想对象，如“唯心主义是一种否认物质第一性的学说”；它也可以是思想的语言外壳，如“‘人’是两划组成的”。如果对这种表面的任意性加以总结概括，我们可以说，判断的对象就是物质的现象或由此而派生出的思想现象。因此，判断和其他思维形式一样，其基础在于人们现实的认识运动过程中，归根结底是人们对客观世界的反映形式。

判断也是思维形式系列中的一个环节。判断就其形式来说，可以说是概念的扩张。孤立的概念并不是思想，思想是概念的运动，而这就表现为判断。在简单判断中，有了主谓词的区别，在更复杂的判断中则有了更充分展开的形式，例如联言判断，选言判断等。进一步地，判断也构成了推理的前提，因为推理在形式上表现为判断的运动。但是，判断作为一种特殊的反映形式，在内容和形式的联系上已有了特殊的规定，即判断的特点在于它对思维对象已有所断定，这是和别的思维形式的区别。

判断对思维对象有所肯定或否定主要表现为两个方面。第一，对象具有或不具有某一属性。例如，“实践是检验真理的唯一标准”，“检验真理的唯一标准”的性质为“实践”所具有。一般来说，对有关对象的属性断定是以肯定该对象存在为前提的。例如，我们可断定，“唯心主义是不正确的”；但一般不说，“永动机是和一般的机器不同的”。前者区别于后者

就在于,“唯心主义是存在的”断定为真,“永动机是存在的”断定为假。判断的目的是断定事物具有某种属性,如果连该事物本身都不存在,当然什么也就谈不上了。第二,判断不仅有着对思维对象的肯定或否定,而且还反映了对象的同一与差异。我们在肯定对象具有某种属性时,也就是在反映判断的对象和具有判断中所说的属性的一切对象之间的同一性,并且反映判断的对象和不具有这些属性的一切对象之间的差异性。例如,“曹操是个英雄”,就表明曹操和英雄的同一性(非哲学意义),同时,也表明了曹操和不是英雄的一切对象之间的差异性。我们在否定对象具有某个属性时,也就是在反映判断的对象同那些具有判断中所说的属性对象之间的差异性,以及与一切没有这一属性的对象之间的同一性。例如,“曹操不是一个该彻底否定的历史人物”,就表明了曹操和“该彻底否定的历史人物”的差异性,以及与一切非“该彻底否定的历史人物”之间的同一性。这种同一性与差异性的统一表现在每一个判断上。当然,它和肯定判断、否定判断不能混同,区别在于,在肯定判断中,判断的对象和具有判断中所指出的属性的其它一切对象之间的同一性是直接被反映出来的,而判断的对象和不具有判断中的所指的属性的一切对象之间的差异性则是隐含着的。在否定判断中恰好相反,判断的对象和具有判断中所指出的属性的一切对象之间的差异性是直接地被反映出来的,而判断的对象和不具有判断中所指出的属性的一切对象间的同一性则只是隐含着的。顺便地说,判断的这种同一性和差异性的统一,我们认为也正是性质判断直接推理的基础之一。例如,“曹操是个英雄”是个直接表同一的肯定判断,若要使其中隐含的差异性明显起来,可用换质法而得,“曹操不是非英雄”。反之,对于直接

表差异性的否定判断，我们也可根据换质法使其中隐含的同一性明显起来。总之，要全面理解判断的断定性。

2．判断的逻辑特征

判断的逻辑特征主要指它的真假性。它由判断的本质所决定，因为一个有所断定的思想必有真与不真之区别。

判断的真假性有两种意义，它们既相区别、又有联系。

一是指具体判断的真假，所谓真假，往往包含了对内容和形式的断定，具体的判断是内容与形式的必然统一。断定具体判断真或假的标准是实践。所谓一个断定之为真，就是指这种反映是符合客观对象的本来面目的，否则就是假的。

例1：

一切事物都是变化发展的。

例2：

所有天鹅都是白天鹅。

例3：

老、弱、病、残者是又老、又弱、又病、又残的人，

例4：

老、弱、病、残者是或老、或弱、或病、或残的人。

例1是真的，例2是假的（因已证明有黑天鹅的存在，天鹅与白天鹅之间的断定就不能用全称肯定判断形式），例3也是假的，在一般意义上，"老、弱、病、残者"之间是一种选言关系，不是联言的，结构不对，判断表达的意义也错了。因此，例4是正确的。

以上所谈，是各具体判断的真假性。但判断的真假性还有另一层意义：就是指判断这一思维形式类型的真假性。作为思维形式类型的判断是对具体判断的抽象，但又不等同于具体判断，因为它已脱离了具体的内容而仅是关于思维形式

的。形式逻辑所研究的就是判断形式的真假性问题。说到这点，困难的问题倒不在真假问题所具有的客观性，重要的是不能简单理解了作为一类思维形式的判断本来所具有的整体特征。判断类型是有一定形式结构，一定客观根据和一定语言表达形式的统一整体。

首先，判断的真假性当然与一定的形式结构有关。不同的形式结构具有不同的真假意义。例如，联言判断只有在构成该判断各联言肢都是真的，整个联言判断才真；选言判断则只要有一个选言肢为真，该判断类型的成真性便得到满足（在形式结构方面）。

其次，判断的真假性也与一定判断类型所具有的客观根据有关。例如，一个简单判断，一般说来总是真的或假的，但是具体情况并非完全如此。

例 1：

历史是人民创造的。

例 2：

有的人是长生不老的。

例 3：

美国不是石头。

可以说，例 1 是真的，例 2 是假的，但是对于例 3 却很难说它究竟是真或假的。诚然，例 3 并不违反事实，然而却是一个毫无意义的语句。这是因为，判断的形成是个思维过程，思维活动的整体宏大复杂，但构成整体的一系列微观系统却涵义确定。微观系统总依存于一定的语境之中，该语境中的有关因素也是相互联系，可以比较的，换言之，各因素之间存在着一定意义的联系，它是形成判断的前提。倘不同的因素不具有这样的联系，它就可能分属不同的语境系统，因

而我们也就不可能确定地把握其涵义而形成判断（判断的形成，或者说意义的确定把握只有在一定的语境系统中才是可能的）。一般地说，除非极特殊的情况，“美国”和“石头”在人们的日常思维中难以构成共同语境系统中的因素，二者不具有意义联系，因而是不能彼此规定的。当然，从思维活动整体考察，一特定语境系统中的因素必和与该系统没直接联系的因素（它们可另构成不同的系统）有差异，因而可借用否定判断的形式来表示，但这已是另外的意义了。把一系列不同语境系统中的因素凑在一起，并不一般地构成真实的语境系统，因为倘若认定各因素之间存在着“一定意义的联系”，那么这种“一定意义的联系”就是各因素彼此间毫无任何的意义联系。在虚假语境系统中所形成的“判断”可称为虚判断。虚判断表面看来似有断定也有真假（例如“美国是石头”似乎就是假的），但是断定真假的根据和原则却不是从虚假语境系统中总结出来的，因而虚判断为人们正常的思维所不认可，是无意义的。反之，例1、例2则不同，“历史”和历史的创造者之间，“人”和生物有机体的新陈代谢过程，结果之间，总是存有一定的意义联系，因而可构成真的语境系统作出断定，在此基础上，我们可作出真或假的判别。

复合判断也是如此。例如，联言判断在结构上自然要求各联言肢真，整个判断才真，但也不能不注意各联言肢之间是否有意义的联系（能否成为真语境系统）。比如，“1＋1＝2，并且雪是白的”，它虽有“联言”的形式，各“联言肢”都是真的，但是作为“联言判断”并不真。它其实断定：“1＋1＝2”与“雪是白的”存在一定意义上的联系。这显然是假的。“1＋1＝2并且雪是白的”并不成为真语境系统中的具体

判断，因而也是毫无意义的。

总之，判断真假性的成立也是有赖于一定判断类型所据有的客观根据的。我们不能严格规定复杂思维活动的整体，但完全可能在一定的语境系统中做到意义确定。各类判断形式来自于对各类具体的判断的抽象，各具体的判断总处于一定的真语境系统之中。自然，我们也需要能在真语境系统中运用各判断类型。如何判别构成具体判断各因素是处于真语境系统之中呢？判断各因素的内容要有意义的联系就是一种标准，它是简要、明白而又带有普遍性的。

再次，判断的真假性也和自然语言的表达有密切联系。一定的语言形式总有确定的使用要求，从而形成了一定的规范。例如，同是表联言判断的，就有许多不同的语言形式：

不但A，而且B；

因为A，所以B；

虽然A，但是B；

愈A，愈B；

……

这些不同的语言形式在规范使用上有很大的不同。在“不但A，而且B”的句式中，B被要求有比A更递进的意义，即语句B在真语境系统中的使用，必须包含语句A的意义，但A在真语境系统中的使用却不必包含B。具体地说，“小张不但是工人，而且是先进工人”，“先进工人”一定要包含“工人”，“工人”却不必是“先进工人”。即“小张是工人”可独立于“小张是先进工人”使用而仍然处于真语境系统之中，“小张是先进工人”若独立于“小张是工人”的使用却必定会构成假语境系统，在此，意义性的联系与递进性有关。因此不能倒置地表为：“小张不但是先进工人，而且是工

人”。该语句隐含地断定“小张是先进工人但并非工人是可能的”，这是错误的。

综上所述，我们认为判断的逻辑特征是以真假性为核心，包括思维形式的形式结构，客观根据和语言表达的各种逻辑规定的综合体。

当然，判断的主要特征是它的真假性。这是因为，首先，所有的思维形式都具有三位一体的整体特征，只不过它在判断中以不同的形式表现出来，而判断的真假性却是判断所特有的。其次，真假性是判断的各种特征中表现出来的共同性质。例如，形式逻辑研究用自然语言表述的逻辑形式，自然语言的逻辑研究有层次性（見第一章），然其总的抽象却是判断的真假形式，至于其他因素只是真假性所赖以成立的条件。总之，应该从判断类型的整体特征中去把握判断的主要逻辑特征。

3. 判断要恰当

形式逻辑研究判断的目的，是要规范人们正确地运用判断类型，做到判断恰当。

就认识中判断的本性而言，判断恰当是指判断恰如其分地反映客观事物的情况。这就要求下判断者具有正确的立场、观点和方法，有对事物的正确认识；另一方面也要求我们正确运用判断类型，能通过对它的整体特征，逻辑要素的全面把握，在认识中作出恰当的具体断定。

这里，我们想着重讨论判断形式和自然语言表达关系在规范判断恰当中的作用。当然，它属于对整体特征研究的一部分。前两章的讨论（思维形式的整体特征和概念的整体特征）已对整个问题有一般的，可触类旁通的说明，之所以要特别举出判断和自然语言表达的关系，是因为在这方面偏误

之见特别多的缘故。例如认为判断表达就是干巴巴的几个“s是p”、“如果p则q”之类的公式，因此否认对判断的自然语言表达的逻辑整理的必要性。另一方面，形式逻辑确实在以往也不够充分重视判断形式与自然语言表达的关系，它仅仅将二者作了简单的同异比较，这是一个很大的缺陷。因为一定判断类型的丰富的自然语言表现形式在表达思想时有其独到的意义，直接或间接地影响了判断的真假，没有对此认真地研究，形式逻辑的研究目的多半是要落空的。下面我们举出两个例子，一个是简单性质判断与自然语言表现形式的关系，另一个则是关于假言判断的。

性质判断和自然语言表达。

性质判断一般结构形式是：s是p，细分可为二，所有s是p（全称肯定），有的s是p（特称肯定）。再加上否定判断共有四：

所有s是p；

所有s不是p；

有的s是p；

有的s不是p。

但是，在自然语言的表达中，简单判断却表现出丰富性。

（1）主词和谓词的语言形式是复杂多样的

首先，判断的主、谓词和自然语言的主、谓语有对应关系，在一些句式中，作为判断的主词也就是句子的主语，判断的谓词就是句子的谓语，但是这种对应关系不是一种完全相等的关系。例如

例1：

有些人经验很丰富。

例 2：

有些人的经验很丰富。

例 1 的主语是“人”，谓语是“经验很丰富”，逻辑结构和语法结构是一致的。但在例2 中就不一致了。例 2 的判断的主词和谓词分别由两个偏正词组来充当，即“人的经验”，“很丰富”，而不是“经验”，“丰富”。

其次，自然语言中大量存在着省略主词或谓词的语言形式，甚至主、谓词全部省略。

例 1：

“昨天谁去看电影？”

“我。”

例 2：

“你哥是干什么工作的？”

“工程师。”

例 3：

“你是学逻辑的吗？”

“是。”

在语言表达上，例 1 省略了主词，例 2 省略了谓词，例 3 省略了主、谓词。

一般来说，省略对于思想的表达有简洁、明快的作用，有时也可表达特殊的含义。但是主、谓词的省略，在什么情况下可以，在什么情况下不可以，也都有系统地研究的必要，以保证一定意义在一定语境中的一致性。有篇小说写批评官僚主义的，说某机关冬天要买个铁壶烧开水，报告上去夏天才批下来，误时误事且不说，根本就让人没法办：甲副科长批示“拟同意”，乙副科长批示“拟不同意”，最后，丙经理批示“同意”。丙经理“同意”什么？是甲的意见还是乙的意见？

由于省略不当，意义就难确定了，无怪乎让办事人员犯了难。

再次，主词和谓词的位置变换也是一种类型。例如

例 1：

多么雄伟啊，天安门广场！

例 2：

英雄啊，为国捐躯的战士！

以上例子分别表述了两个判断：

天安门广场是雄伟的。

为国捐躯的战士是英雄。

例句中的倒装句在抒发感情方面更有作用，是一般性质判断所不能表达的。这就使得倒装句有更严格的适用范围，它可以是用来表达强烈思想感情的一种判断表达形式。不过，当需要冷静地表达思想时，倒装感叹的类型往往是不适用的。例如，法庭辩护为有助于客观地判定事情的是非曲直，一般就只能用直陈语句，尽量避免主观感情色彩。据说德国诗人歌德曾当过律师。歌德的诗歌赢得了世界的声誉，但是，当他以诗一般的语言在法庭上大发感叹时，却招来了哄堂大笑，被法官禁止使用。逻辑地说，歌德没有注意一定语句的适用范围。

总之，性质判断的主词和谓词在自然语言中有各种不同的表达形式，以上所说的仅是三种大的类型，我们总是通过它们来理解其中的判断形式。不同的语言表达形式适合于不同的语境，也有着不同的意义，它们构成了直言判断真假性赖以成立的前提。

（2）量词在自然语言中的表现形式

量词在自然语言中也有特殊的表达形式。除正常情况外，有许多种类。

首先，有量词出现在主语的后面的类型。例如，“优秀的文学作品都是作者辛勤劳动的结晶”。“都”在这里明显地起到全称量词的作用，而且更具有强调性。例句是说：所有的优秀的文学作品是作者辛勤劳动的结晶。但是，“都”也并不可以在任何语句中表达全称。比如“中国人是中国历史的主人”，这个判断是正确的，但若改写成“中国人都是中国历史的主人”，这就不对了。加上都后，原句中的集合概念“中国人”变成了非集合概念，意义上有根本的不同。所以量项后置的语言形式在使用中就有值得注意之处。

其次，有量词省略的语言形式。例如

例 1：

事物是运动发展的。

例 2：

当局者迷，旁观者清。

例 1 是全称量项的省略，“所有事物是运动发展的”。在一般情况下，全称量项在句子表达中可省略。例 2 则不然，它是一个特称量项省略的句子。在一般情况下，特称量项是不能省略的，遇到这类特殊情况就应注意，以防误解。又如人常说“必欲置之死地而后生”，原是在特殊情况下的用兵之术，如认为每次作战都要将自己一方置于危险的地位，那就难保不打败仗。

再次，有量词与主语用同一语言表达的形式。例如

例 1：

人人精神抖擞，**个个**干劲冲天。

例 2：

年年难过年年过，**处处**无家处处家。

例 1 中的“人人”、“个个”，例 2 中的“年年”、“处处”，既

是表主词的，也是表量词的。

第四，在自然语言表达中，量词还有许多更具体的规定，几乎从“至少有一个”到“不到全部”这一段特称的数量都可有特定的语言表达。例如：“一小部分”、“少数”、“多数”、“大多数”、“绝大多数”、“大部分”、“绝大部分”、“几乎全部”、“几乎所有”、“一半”、“一半以上”、“接近半数”、“百分之几”、“几分之几”、“个别”、“没多少”、“许多”等等。它们自有不同的作用。说某次考试“几乎所有的人都发挥正常水平”与说“只有个别的人发挥正常水平”，二者的涵义（特称的涵义）显然不同。也决不是“有的”所能概括的。

第五，有时一些特殊的虚词也可表示全称两项。例如，“是花都有蜜”中的“是”就表示“一切”的意思。

（3）联项也有其特殊的语言形式

我们一般用“是”或“不是”来表示肯定或否定，但也有其他一些特殊的类型。比如，双重否定可表示肯定的联项形式。又如，在一些句子中联项表达被省略。“张三不好”一句，可解释为：张三是不好的（肯定句），也可解释为：张三不是好的（否定句）。它们都不是歧义句，究竟采用肯定的联项表达还是否定的联项表达，要根据具体的情况而定。对双重否定类型的使用也有限制，若使用不当会产生歧义。如语句“并不是有些人不赞成”，可以理解为是个负判断，即“所有的人都赞成”；也可在特定的语境中表达对量项的否定，即“所有的人都不赞成”。例如某小说写特派员的建议遭到了大家的反对，“难道真有人不赞成”？他（特派员）仍不相信地问。农会主席说：“并不是有人不赞成，大家都不同意。”此处“双重否定”就是否定量词“有些”的。

（4）调节判断力强弱的自然语言类型

逻辑所谓s是p之类，是一种一般的抽象。在认识中，因为对事物的认识程度不同或客观事物本身也存在着某种程度上的差别，也造成了下判断的强弱不同（模态）。在自然语言中，有一系列的强弱式。例如：

在某种程度上，s是p。

在很大程度上，s是p。

一般说来，s是p。

从根本上说，s是p。

就某方面而言，s是p。

几乎可肯定地说，s是p。

……

不同的强弱式于表达思想的严格性是不可缺少的，对此的正确运用也是作出真判断的先决条件。

总之，直言判断的主词，谓词、量项，联项在自然语言中各有许多类型的表达形式。因为任何人都逃避不了用语言形式去表达逻辑形式，所以，我们必须对自然语言的表达作归类整理的工作。每一种表达类型的有意义性等的逻辑因素一般有不同要求，对此的整理和研究，可以丰富和发展形式逻辑，以更丰富的逻辑规定来规范人们的思维活动。

我们再举假言判断为例，来说明判断在自然语言中的丰富的表现形式。

假言判断的一般形式是：如果p则q，但在自然语言中它也是有丰富多样的表现类型的。有人对它的特殊表达方式概括为七个方面，① 即正反式、准正反式、逆接式、顺接式、提示式、时间条件、倚变句。我们在此略作介绍：

---

① 参见沈剑英：《论假言命题的特殊表述形式》，《社会科学战线》1984年第2期。

① 正反式

它由正反两个条件复句结合而成，一般前一复句为正式，后一复句为反式。其形式可表为，“只有q才p，如非q则非p”。例如：“只有制定出正确的规章制度来，才能提高生产效率，如果没有一个规章制度，生产就难以正常进行”。

正反式的作用旨在强调必要条件，故不等同于推理（必要条件假言推理的否定前件式）；也不能把它看作是必要条件假言判断和充分条件假言判断的并列，因为其中表充分条件假言判断的部分意在从反面衬托、强调必要条件；它也不同于假言易位推理，它是一个假言判断。

② 准正反式

准正反式是非条件句与条件句的结合。它先以非条件句表述一个判断，然后以条件复句加以否定，从而表述假言判断。例如，“民国的通例是鞠躬，但若有人以为不对的，就独使他磕头”①（“独使他磕头”即令其违背民国通例）。

③ 逆接式

它是正反式和准正反式的省略形式，由“否则”(或“不然”，“不这样”)连接正句和逆句两部分而成。例如，“学外语须下苦功，否则就学不好”。

④ 顺接式

它是借助于代词，连词等的指代和承接而成的条件句。例如：“这些被招走人才的部门和地方难道都已人才过剩？然则何以在这些部门和地方，有些领导还在大喊缺才？”

⑤ 提示式

提示式以“者”，“的话”为后缀，提示充分条件。例如：“得道**者**多助，失道**者**寡助”。又如：“你愿意**的话**，借你的

① 鲁迅：《论“费厄泼赖”应该缓行》。

笔用一下。”

⑥ 时间条件

时间状语一般称为单句内部的组成部分，但有些时间状语与上下文存有条件关系，表达了假言判断。例如：“明天气温低于零度时，水会结冰”；“在牛奶煮沸时，奶中的细菌就降低到微量”。“时”也常与“若”连用，明确表示假设条件。例如：“若……时”、“若……的时候”。

⑦ 倚变句

它用来表充分条件，其句式有：“愈……愈”，“越……越”等。例如：“入之愈深，其进愈难，而所见愈奇”。

以上所举的仅是假言判断的七种特殊语言表达类型。总之逻辑是语言中的共同因素，而合乎逻辑的自然语言表达却是丰富多彩的。对判断的自然语言表达的逻辑整理，在逻辑学研究的理论和实践上都有重大的意义，因为每一种自然语言表达类型，都从一个侧面揭示了一定判断的三位一体的特征，从而可指导人们达到判断恰当的目的。这里还有必要指出，无论在语言的整理还是分析中，都表现出并不是一种严格的函数关系。苏佩斯说：“也许需要再重复一下，不可能对于日常语言语句的正确的符号化给出什么一成不变的规则。所作的翻译正确与否必须取决于多种多样的非形式的，直观的考虑。”① 他也承认“在某种情况下，几种不等值的翻译看来同样是正确的”。苏氏的“翻译”其实是一种整理和分析工作，如何自觉地进行这方面的工作倒不是数理逻辑，而确实是形式逻辑的重大课题，形式逻辑对非函数的自然语言表达类型研究将是极为重要的。

综上所述，形式逻辑所研究的判断是思维形式序列中的

① 苏佩斯：《逻辑导论》，中国社会科学出版社1984年7月版，第68页。

一个环节。判断的真假性是判断所特有的逻辑特性，它在判断类型的整体中表现出来。形式逻辑不研究具体的判断，它研究判断的类型，其中判断和自然语言的表达关系占有重要的地位。判断研究的目的是要规范人们运用一定的自然语言类型下判断的恰当性。

二、数理逻辑的命题形式与命题

数理逻辑是不研究判断类型的。在数理逻辑之中，常有“命题”、“命题形式”、“真值函数”、“形成规则”、“合式公式”之类的词语，它们虽在一定意义上与判断有关，二者却是不同的，我们有必要对此进行比较。

1．命题形式与命题

（1）命题形式

数理逻辑的命题形式，通常被认为是运用形式化的方法，从各类事实判断中抽象出来的形式结构。例如：

所有的事物都是运动发展的。

我们可以用符号p来表示该句子，并将p定义为命题逻辑里的合式公式，那么就得到一个原子命题形式：p。

我们也可以设：H＝事物，Q＝运动发展的。

则，$\forall_x(H_x \supset Q_x)$，（读为：对任一x而言，如果x是事物，则x是运动发展的），这就得到了一个谓词逻辑中的合式公式。

p和$\forall_x(H_x \supset Q_x)$都是命题形式。命题形式是需赋值后才能确定真假的命题的形式，它还不是命题。

数理逻辑规定了从具体判断中抽取出命题形式的方法。首先，确定组成该复合判断的肢判断，不同的肢判断代以不同的命题变元，相同的支判断代以相同的命题变元。其次，

撇开该判断的所有其他联系，只从真假关系来考虑原来肢判断间的联系，然后用真值联结词表示这种联系，把命题变元联结起来。这样就得到一个复合的命题形式。例如：

据历史记载：十九世纪法国皇帝拿破仑，曾凭法国资产阶级大革命的飓风横扫欧洲，最后却被欧洲封建势力联盟打败，身囚大西洋中的圣赫勒拿岛而死。死因系胃癌。但是在一百五十多年后，人们重新对拿破仑的死因发生了怀疑，认为拿破仑不是死于癌症。原因是一名瑞典牙医根据英国格拉斯奇法医研究所对拿破仑遗下的头发所进行的药物分析，在他的头发中发现了大量砒霜含量，为正常含量的十倍到三十五倍不等。这里包括了一系列判断（括号里的符号为代表该判断的命题变元）：

或者自然死亡（r），或者非自然死亡（－r）；

如果死者的毛发中含有大量砒霜含量（p），那么死者是砒霜中毒而死（q）；

如果死者是砒霜中毒而死，那么就不是自然死亡（－r）

……

根据以上几个判断的含义，我们可以说，它们是由一个选言判断、两个假言判断而构成的判断，各判断之间是并存的关系，因此其命题形式可表为：

$$(r \vee -r) \wedge (p \supset q) \wedge (q \supset -r)。$$

这就是以上给出的判断的命题形式。

（2）命题

在数理逻辑中命题和命题形式是有区别的。它们的区别在于，命题形式是函数值未确定的真值形式，命题是确定了函数值的真值形式。具体地说，对命题形式赋值的结果，我们就得到了命题。命题的值在数理逻辑中表现为函数的值，

因为命题变元在真值范围内取值，而真值联结词也被规定为一种函数关系（见第一章第一节）。例如，在（$r\vee-r$）$\wedge$（$p\supset q$）$\wedge$（$q\supset-r$）中，如果我们赋予p、q、r取值真，则我们便得到一个假命题；如果p、q取值真，r取值假，则得到一个真命题。

通过真值函数，我们对一个命题形式任意赋值的任何结果都有断定。命题形式经赋值后总表现为三种情况：

一类是永真式。不论命题变元取什么值，整个公式的值总是真的，如$p\vee\neg p$。

一类是永假式。不论命题变元取什么值，整个公式的值总是假的，如$p\wedge\neg p$。

还有一类是可真假式。整个公式的值与命题变元的赋值有关，如（$r\vee-r$）$\wedge$（$p\supset q$）$\wedge$（$q\supset-r$）就是可真假式。可真假式依不同的赋值，可成为真命题也可成为假命题。

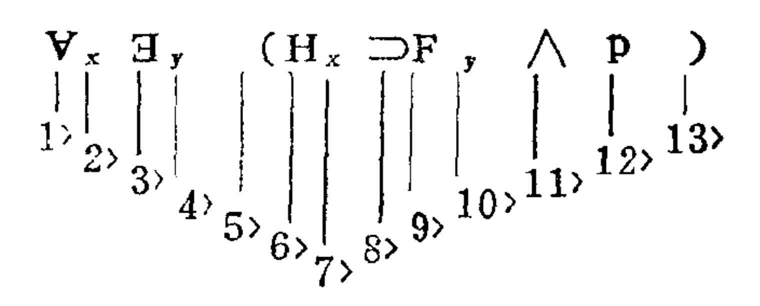
这里要指出，命题的真假只是一种真值形式的关系，与判断的真假是不同的。举个例子来说，重言式是函数值常真的命题。如果遵从判断是对客观事物情况有所断定，其真假在于它是否与事实相符合的思想，那么这类命题根本不是判断。因为它没有描述任何事实，不存在事实上的真或假。如果从事实的角度来谈这些命题，那么重言式不可能被任何可能的事实所否证，但它之所以不可能被任何事实所否证只是在于它没有排除任何可能的事实，因为它根本没有对任何事实有所断定。

2．真值形式与合式公式

命题形式和命题都是真值形式。说它是对具体判断在形式结构方面的抽象，其实是不确切的。严格地说，真值形式

是在数理逻辑中根据一系列形成规则，形式系统的初始符号而构造出来的。它与具体的判断并没有根本的关系，就语法的意义说，真值形式就是合式公式（for-mula）。合式公式是数理逻辑两个演算中符合形成规则的符号序列。

前面指出，组成命题形式的符号有两类，一类是命题变元，一类是真值联结词，这些都可称之为公理系统中的初始符号。完整地说，初始符号还应包括用以区别公式的括号和逗点，在谓词演算中，还应包括个体变元，谓词变元和量词。例如：



1>、3> 是量词，∀是全称量词，∃是特称量词；

2>、4>、7>、10> 是个体变元；

5>、13> 是一对左右括号；

6>、9> 是谓词变元；

8>、11> 是真值联结词；

12> 是命题变元。

初始符号的各种组合都叫符号序列，但是并不是任何组合都是有意义的，只有合乎某种规则的组合才是有意义的句子。数理逻辑的形成规则给出了这种制约，它也可看作合式公式的一个递归的定义：

1> 每一命题变元是公式；

2> 如果A是公式，则¬（A）是公式；

3> 如果A和B是公式，则（A)∧(B)、(A)∨(B)，

(A)⊃(B)和(A)≡(B) 是公式；

4) 如果A是公式，并且v是任一个体变元，则 $\forall_v(R)$ 和 $\exists_v(R)$ 是公式；

5) 只有根据以上的规则得出的表达式才是合式公式。

上面是一种数理逻辑关于合式公式的定义。

给定一符号序列，根据合式公式的递归定义，我们总可以在有穷步骤之内判定它是否是合式公式。

例 1：

$\neg(p \wedge ((q \vee r) \supset s))$。

该公式是合式的。因为该公式是由以下序列用¬形成：

$(p \wedge ((q \vee r) \supset s))$；

上式又由以下序列利用∧构成：

p， $(q \vee r) \supset s$；

p 为命题变元，是合式公式。而 $(q \vee r) \supset s$ 又由以下序列用⊃构成：

$q \vee r$， s；

s 为命题变元是合式公式。而 $q \vee r$ 又由以下序列用∨构成：

q、r

q、r 是命题变元，是合式公式。因此整个公式是合式的。

例 2：

$((\supset s \wedge p) \supset s)$.

例 2) 是不合式的，因为对该式逐层分析的结果，我们总有：

$\supset s$.

⊃s 不是合式公式。

包含量词的合式公式的判定要略复杂些，但原则方法完全一样。

合式公式的概念，给了各类真值形式在形构上统一的语法说明。但是在不同的形式系统中、对合式公式的形成规则和规定却可以是不同的，规则是一种人为的约定。

通过对数理逻辑的命题形式、命题，真值形式、合式公式的介绍，我们可对本节作些概括：

命题形式是函数值未确定的真值形式，命题是函数值已确定的真值形式。它们是在形式演算中有意义的符号串——合式公式。合式公式是依一定的形成规则构造出来的符号串，在不同的形式系统中，由于形成规则不同，形成的合式公式也不同，它与我们日常的判断形式是不同的。所以在数理逻辑中，并没有对判断类型的研究。我们在第一章也已指出，数理逻辑构造这一系列的符号串，其目的并不在于阐明某个符号串有可能对应的某个判断具有什么样的性质，而是要探求由这些符号串所组成的形式系统具有什么样的性质，就这些方面来说，它都与判断论有根本的区别，它不可能真正具有规范人们判断恰当的目的，是两门不同的学科。

第二节　判断类型与合式公式

判断类型与合式公式是两门不同学科的研究对象，各有不同的性质与特点。

一、判断类型和合式公式的对象根据不同

判断类型不是纯主观的建构。一定判断类型的产生，是以一定的对象为根据的，这个对象就是具体的判断。各种各

样的具体判断，只是从不同的角度和方面去反映事物和属性的联系，因而可区分为不同的类型。同类型的判断在反映特征和认识作用上有某些共同的特点，在形式结构和语言表达方面也有共同之处，对之完整的抽象，就形成为形式逻辑所研究的"类型"。因此，形式逻辑非常注意具体判断在产生判断类型中的作用，总是从这方面去总结，发掘出新的类型，以使逻辑的研究跟上实际思维中判断形式发展变化的步伐。另一方面，形式逻辑对一般判断类型的研究，又可用于规范具有该类型共性的具体判断。这是因为，它完整地研究了判断类型所具有的逻辑特性，即它虽不研究具体判断的真假，但它研究类型的真假，弄清其中的逻辑机理，明晰出运用这类判断作出真断定的一般条件。所以，作为形式逻辑研究的对象还是判断，只不过是作为类型的判断。因此，形式逻辑的判断类型和具体判断是相互依存、相互映照的，具体认识中的具体判断是判断类型的对象根据，形式逻辑只是通过类型的方法来研究具体判断中的一般的逻辑特性。

合式公式的形成也是有其一定根据，这种根据在理论上说就是它的形成规则。各种各样的合式公式都是符合形成规则的产物。这里，我们且不说形成规则的客观根据是什么（它总和一定的认识对象和目的有关），只要指出这一点就够了：形成规则绝不是具体判断、规则的制定也和具体判断的性质无根本的关系。在不同的形式系统中，可有不同的形成规则，它往往是人为约定的。根据不同的形成规则，构造出的合式公式也就是不同的，在一个理论体系中是合式的，在另一形式系统中可以是不合式的。例如

例 1：

$\forall_x(F_x \supset \exists_x H_x)$；

例 2：

$\forall_x F_x \wedge \forall_y H(x, y)$.

例 1 中的量词重叠，H_x 既受到全称量词的约束，也受到特称量词的约束。例 2 中，公式的个体变元 x 既是约束的，又是自由的（在$\forall_y(x, y)$中，x没受到量词的约束）。以上两个公式，根据有些形式系统的形成规则是不允许的，而在另一些形式系统中却是合式公式。

此外，合式公式所表现的真值形式有三类，它们也不等同于判断。如前面所指出，函数值恒定为真的永真式不是判断，它与对事实的断定毫无关系。因此，试图从判断中寻找合式公式的对象根据注定是不可能的，正如茅草不是锯子的根据一样，尽管它们在形式上具有某些相似性。合式公式的根据只是形成规则、合式公式表达的是函数关系而不是判断所具有的性质。

二、断判类型和合式公式具有不同的内容特征

判断类型是具体判断的一般抽象，具有一定的客观根据、形式结构和语言表达三个联系的方面，表现为三位一体的特征。下面，我们对常见的一些判断作些分析。

直言性质判断

直言性质判断是直接断定某事物具有（或不具有）某种性质的判断。

直言性质判断反映了一定客观事物的联系。现实中，客观事物总是具有某种属性，也总不具有别的一些属性。例如，"人是有理性的动物"，有理性是人所具有的属性，但于其他动物却不是。具有不同属性的千差万别的事物构成了各种各样的关系。直言性质判断的肯定判断是反映某事物具有某种属性

的判断，它的否定判断是反映某事物不具有某种属性的判断。直言判断的肯定与否定的区别，又叫做按判断的质的划分。

在认识中，有时我们对事物的全体都有一致的断定，那么我们就称之为全称判断。有时我们只对事物的部分作出断定，那么就有特称判断。对事物关系的断定究竟是特称还是全称，根本上取决于事物本身是否具有某种联系及联系的程度，也和认识深度、广度有关。例如，人们曾一度认为“所有的天鹅都是白的”，只是后来又发现了黑天鹅，于是原先的全称判断不能成立，只能是“有的天鹅是白的”。直言判断的全称与特称的区别又叫做判断的量的划分。

直言判断依质与量的不同组合，可细分为如下不同的类型：

全称肯定判断：所有 s 是 p；

全称否定判断：所有 s 不是 p；

特称肯定判断：有 s 是 p；

特称否定判断：有 s 不是 p。

各种不同类型的直言判断有着不同的客观基础、不同的形构和不同的语言表达形式，在认识中有不同的 地 位 和 作用。比如全称判断，从质上说它肯定对象具有某种属性；从量上说它是对主项外延的全部断定。因此在认识中，当我们知道某事物的全类都具有某种性质时，我们就可运用这一形式作出真的断定。相反，离开了该判断类型的适用范围（无论是质的方面还是量的方面）就会作出假的断定。

关系判断①

关系判断也是一种反映事物间联系的判断。在关系判断

① 我们在举例分析中，将偏重于对判断类型的客观根据的分析，因为判断的形式结构是毋庸置疑的，判断的语言表达在前已有分析。

中，它有的反映对象情况之间具有数量上的关系，如“大于”关系（A大于B）；有的反映对象情况之间具有性质上的关系，如“优于”关系（小张的成绩优于小李）；有的反映对象情况之间具有空间上关系，如“远”、“近”（太阳比月亮离地球远）；有的反映对象情况之间具有时间上的关系，如小张比小李大三岁，如此等等。因此，各类判断形式也都有相应的使用范围，在它的运用范围之内，只要我们对客观事物的认识是正确的，那么就可运用这种类型而作出正确的具体判断。

形式逻辑判断类型可分为简单判断和复合判断两大类，任一复合判断类型也都有一定的客观基础和认识中的适用范围。

联言判断

联言判断是断定若干事物情况同时存在的判断。联言判断的根据在于，作为我们认识对象的事物，总是具有多种属性的统一体，而且事物之间也存有相互共存的情况，联言判断就是反映这类事物关系的。因此，当我们在实践中认识到事物间同时具有某种联系或某类事物同时具有几方面的属性时，就需要用联言判断的类型。一个联言判断的真假也取决于它的各个联言肢是否同时都是真的，如果不能同真，那么整个判断就是假的。

选言判断

选言判断是断定若干事物情况之间有选择关系的判断。

例1：

地主剥削的方式，主要是收取地租，此外或兼放债，或兼雇工，或兼营工商业。

例2：

或者东风压倒西风，或者西风压倒东风。

例 1 表示了事物间相容的选择关系，例 2 表示了事物间不相容的选择关系。它们的区别在于，相容的选言判断的选言肢能够并存，反映了事物若干可能不相排斥的情况（但不必同时成立，这又和联言判断有区别）；不相容的选言判断的选言肢不能同时并存，必定表述了事物间相互排斥的情况，二者在认识中有不同的作用。此外，由于选言判断表达了选择关系，它的正确运用还必须注意其选言肢是否穷尽的问题。如果选言肢不穷尽，遗漏的恰是唯一可取的情况，那我们也不能作出真断定。

假言判断

假言判断是断定一事物情况与另一事物情况具有条件关系的判断。在事物的相互联系中，一事物的存在以另一事物的存在为条件，它自身又可成为别的事物的条件，从而构成了一种相互制约的关系。由于事物间这种关系的多样化，假言判断也有不同的类型：充分条件假言判断（充分条件是指甲、乙两事物间，有甲必有乙，无甲未必无乙的关系），必要条件假言判断（无甲必无乙，有甲未必有乙），充分必要条件假言判断（有甲必有乙，无甲必无乙）。

各类不同的假言判断由不同的条件关系而决定它的逻辑性质。例如，一个充分条件假言判断，如果前件真而后件假，那么该判断就是假的；而一个必要条件假言判断则如果前件假而后件真，它就不是真的。

各假言判断之间还存在着某种类型上的转换关系，这种转换关系也有客观性。例如，充分条件关系与必要条件关系有对应性，设定甲是乙的充分条件，在同等意义上也就是说只有断定乙才能断定甲——必要条件。所以一个充分条件假

言判断可转化成一个相应的必要条件假言判断。

负判断

负判断是一种比较特殊的复合判断。它是对某个判断的否定，被否定的判断可以是简单判断、也可以是复合判断。负判断在认识中有着重要的作用。人们的认识由于受主、客观条件的限制，在一定的认识中会发生错误，作出不恰当的判断，当这种错误在后来的实践中被发现后，就需要用负判断的形式来否定原来的判断，作出新的断定。例如，原来认为“所有的大熊猫都是黑白二色的”，后来在四川某地新发现一只灰色的大熊猫，新的事实就否定了原来的判断：并非所有的大熊猫都是黑白二色的。

总之，每一类判断都有着特殊的客观根据，它是各判断类型成立的充足理由，它也规范了判断在认识中的使用范围。判断类型的三位一体的特征是对具体判断一般逻辑特征的抽象，各类判断在认识中有不同的作用。

数理逻辑的合式公式是与判断类型不同的。

首先，合式公式没有判断类型所具有的整体特征。或者说，合式公式的总的特征与判断类型不同。合式公式是以形式语言表达函数关系的一种形式结构。它所根据的规则是人为约定的；形式语言也并不能作为描绘判断整体特征的语言，它有构造上的局限性；构成公式的各符号之间除了表示某种函数关系外并无别的意义，这一切都说明合式公式不可能取代判断类型的。

其次，合式公式也与判断的形式结构不同。函数关系当然有客观性，但它未必表现为一种判断形式结构间的联系。第一，在现实中，我们确实可从某些具体的判断中依一定方法抽取出命题形式，它和某形式系统中的合式公式形成规则

一致。但是这并不是对判断的形式结构的抽象，抽取的只是判断中的某个别因素，命题形式是根据形成规则对这些因素进行构建的结果，因为在我们进行抽象时，形成规则已是先于这一过程而存在了。从具体判断中抽取的某些因素，它们的联系方式必须合乎形成规则才能成为命题形式，但我们根据形成规则也可构造出完全与任何具体判断无关，在具体判断中找不到与之对应的原型的形式结构。如果形成规则能表明我们所抽取的是判断的形式结构，那么怎么证明人们其他任意（符合形成规则）的构造不是判断的形式结构？如果它能区别出有的合式公式是判断的形式结构而有的则不是，标准又是什么？能在函数式中定义吗？对此，我们找不到肯定的回答。第二，数理逻辑对具体的判断所可能有的类型与逻辑因素，有与形式逻辑非常不同的理解。它并不将判断区分为简单判断（自身不包括其他判断的判断）和复合判断（由简单判断通过联结词结合而成）。在形式逻辑看来，两大类型的判断是不同的，简单判断由一定的主词和谓词构成，考查词的性质有助于我们弄清这一类判断的特征，例如周延性问题：肯定判断的谓词一般不周延，否定判断的谓词是周延的，周延性的考察对推理尤有直接的规范作用。复合判断由于逻辑联结词有主要的作用，对此的考查是形式逻辑研究的重点。但形式逻辑却并不忽视构成复合判断的肢判断之间的意义的相关性，有无意义联系是判断它们能否构成真语境系统的标准。总的来说，由于各类判断的整体特征不同，在认识中各有各的作用，都为形式逻辑所研究。数理逻辑则不然，其一，它撇开复合判断整体的逻辑要素而仅将其中的联结词理解成表唯一函数关系的真值联结词（如第一章所指出的），这些联结词联结命题变元形成结合体，这个结合体就是

合式公式。其二，它“把直言命题名词间的结合，也理解为一种命题的结合”。① 主词和谓词所表示的是一种个体和性质的关系，这样，在用语言表达时，可将对象分为两个侧面，“即当作个体来看的侧面和把该个体作为个体加以规定的性质（或附属于个体的各种性质）来看的侧面。这两个侧面暂且被看作各自独立的东西。然后再把二者结合起来去表达对象。因此，语句至少也应该分为两部分，一个部分表达对象作为个体的侧面，另一个部分表达对象所具有的性质和关系的侧面。这两个部分分别就是主项和谓项的本来面目。”② 例如：

所有的事物是运动发展的。

“事物”是一个体，“运动发展的”是个体“事物”所具有的性质。我们可分别表示为：

x 是“事物”——关于个体的表述。

x 是“运动发展的”——关于该个体所具有的性质的表述。

经过上面的处理，原来的直言判断已分别裂变为两个相互关联的直言判断。在此基础上，我们再引入量词和真值联结词，将这两个直言判断联系起来，就表达了原来直言判断的意义。经过处理可得：

$\forall_x$.（x 是事物 $\supset$ x 是运动发展的）

再完全符号化得：

$\forall_x(F_x \supset H_x)$.

F_x = x 是事物，H_x = x 是运动发展的。

① 〔日〕末木刚博等：《逻辑学——知识的基础》，中国人民大学出版社1984年12月版，第121页。

② 同上，第123页。

当然，对 F_x 还可以再分析下去，

设 $Q_y = y$ 是 x，$F_y = y$ 是事物，

则 $\forall_y (Q_y \supset F_y)$.

我们看到，无论怎么分析，事实上命题变元总是作为最小（相对）单位存在着，任何分析的结果总表达为由真值联结词加上命题变元而构成的结合体，这种结合体在形式逻辑看来只是具有复合判断的性质（类比的意义），因此数理逻辑是没有关于简单判断（如直言判断）在其本来结构形态上的表达的。

这种统一的理解和表达固然有助于演算，但我们知道，演算和下判断毕竟是不同的两回事，统一的函数的处理并不一定能涵盖一定判断类型本来所具有的特征。例如，由于形式逻辑不研究空类，能从一个全称的肯定（或否定）判断得出特称的肯定（或否定）判断，但是我们却不能由 $\forall_x (F_x \supset H_x)$ 而得到 $\exists_x (F_x \wedge H_x)$。

第三，形式逻辑所研究的判断类型因其有不同的客观根据等对判断的全面的逻辑思考，总结的各类判断在认识中有不同的作用，不能被无条件任意置换（换言之，各判断类型不只表现为纯粹的演算关系）。但是，数理逻辑的合式公式，其根本特征就在于它的可演算性，可任意地进行保持一定函数值的符号变形。例如：一合式公式 $p \supset q$ 经过变形可得 $\neg p \vee q$，也可得 $\neg(p \wedge \neg q)$，无论形构如何变化，其函数值是不变的，因而：$(p \supset q) \equiv (\neg p \vee q) \equiv (\neg(p \wedge \neg q))$。但是，在判断类型中，如考虑到判断类型所具有的客观根据，我们显然就得慎重地考虑其形构的变化。举例说，民间通常将吉庆之喜写成"囍"，据说这掌故和宋代名相王安石有关。王安石青年及第，快马消息送来之时，恰遇王安石的新

婚大喜之日，于是他挥毫而狂就“囍”字，表达了自己极度喜悦的心情。后人说“洞房花烛夜，金榜题名时”，这倒是对“囍”最初意义的诠释。用通俗的话说，“囍”意指一个联言判断：x 是新郎，x 是新科进士（x 的定义域是人）。在数理逻辑可形式化为：$p\wedge q$（p 代指 x 是新郎，q 代指 x 是新科进士）。该联言判断（保持其最初意味）在今天必定是假的（今已没有科举制），我们可得原判断的否定：或者 x 不是新郎，或者 x 不是新科进士，这是一个真判断。在数理逻辑可形式地表为：$\neg(p\wedge q)$，即，$\neg p\vee -q$。$\neg p\vee -q$ 又可等值地置换为：$p\supset -q$（或者 $q\supset -p$）。总之，$\neg(p\wedge q)\equiv(\neg p\vee -q)\equiv(p\supset -q)\equiv(q\supset -p)$。但是，如果将 $p\supset -q$、$q\supset -p$ 之类的函数式等同地理解为形式逻辑的假言判断类型，事情就变得可笑了。“如果 x 是新郎，则 x 不是新科进士”，或者“如果 x 是新科进士，则 x 不是新郎”。断定“x 是新郎”是断定“x 不是新科进士”的充分条件，“x 是新科进士则是“x 不是新郎”的充分条件。这就完全和假言判断类型对条件联系的要求无关了。类型转换的前提判断是既真又确的真判断，类型转换的结果就可能产生不伦不类的，与任何判断类型的整体特征都不相符的，实际上是虚假的判断。再说一遍，函数式之能形变、演算，在于函数式表唯一的函数关系、判断类型所具有的逻辑要素不就是函数关系所能涵盖的，各判断类型之间因此并不必然地可任意转换，它们各自据有的根据是不同的。

综上所述，形式逻辑的判断类型和数理逻辑的合式公式是不同的。各类判断类型的成立都有一定的客观根据和客观具有的整体特征。判断类型的客观性揭示了各类判断的成真条件，由于这些条件都带有客观必然性，所以它不同于对命

题形式的任意赋值。在此，我们实际上考查的已不是仅仅形式结构的抽象。它是对判断这一思维形式的一般性质的研究，它研究了真假性而不是象数理逻辑那样仅仅把真假性作为赋值域（不研究真假性），因此形式逻辑真正把握了判断的特性。它讨论了在我们的思维中，具有哪种形式的判断类型反映了哪种类型的事物情况，在什么样的情况下它是有意义的，是真的；在什么样的情况下它又是无意义的，是应该避免的，从而保证人们运用逻辑知识作出恰当的判断。相反，数理逻辑的合式公式则是表达唯一函数关系的函数式，它的形成规则是人为约定的，它的表达是人工语言，由于表达关系的唯一性和人工语言的确定性，它是可演算的。数理逻辑仅以真假性为赋值域而并不研究真假。因此，无论在结构根据，特征和所需解决的问题，合式公式与判断类型都有着重大的区别，我们不能不看到这一点。

第三节　逻辑联结词和真值联结词

前面的讨论，已分别涉及了逻辑联结词和真值联结词的关系。因为二者及分别由二者构成的复合判断与真值函数在各自的学科中有重要的地位，我们还有必要集中地讨论它们之间的关系。

一、不同的真假性涵义

由逻辑联结词构成的复合判断有真假性，包含真值联结词的真值函数在真值范围内取值，二者看来象是一回事，其实是一种误解。

单一性与综合性

真值是由真值联结词连接命题变元所构成的真值函数，在其表达关系中唯一的因素。由逻辑联结词构成的复合判断，其真假性则是以真假为主要特征的综合判断的全部形式逻辑要素的统一体。以联言判断和合取式为例比较：

数理逻辑的合取式是以合取符号“$\wedge$”，联结命题变元而成，其真假性唯一地由给定的真值表决定。它是一个变元和自变元都取真假（包括假的赋值）的函数，其中的命题变元为自变元而整个公式为变元。比如，当有 $p \wedge q$ 时，若 p 和 q 取值为真，则整个公式为真；若 p 或 q 取值为假，则整个公式为假。

在合取式中，组成合取式的命题变元之间不必有任何意义或内容上的联系。我们若设：

p＝(1＋1＝2)，q＝雪是白的，r＝煤是黑的。

p、q、r 之命题变元可构成不同的合取：

例 1：

$p \wedge q$，(1＋1＝2 并且雪是白的)；

例 2：

$p \wedge r$，(1＋1＝2 并且煤是黑的)；

例 3：

$q \wedge r$，(雪是白的并且煤是黑的)；

例 4：

$p \wedge q \wedge r$ (1＋1＝2 并且雪是白的并且煤是黑的)。

因为 p、q、r 三个命题变元皆真，以上三个合取式都是真的。

但是，形式逻辑的联言判断却是断定几种事物情况都存在的判断，它反映了对象之间所具有的并存关系。一个真的联言判断不仅要求各支命题孤立地看为真，而且还要求各支

命题有内容或意义上的联系。换句话说，只有在一个各因素有一定联系的真语境系统中，我们才能构成实在的，可判定真假的判断，否则，在假语境系统（构成该语境的各因素不可能有任何意义的联系）中，我们只能得到虚假判断，虚假判断严格地说是不能被判定真或假的。

以此来看，原为合取式所肯定的四个命题组合类型的真假性就很可怀疑了。例3是个真的联言判断，它不仅各肢判断真，而且两种不同颜色的物体可构成对比关系（白的雪和黑的煤），对比的双方当然是有联系的，它们可构成真语境。所以，例3是在真语境系统中构成的判断，又因为各联言肢真，我们判定例3是真判断。但是除例3而外，例1、例2、例4却都是无意义的组合。这是因为它们之中的各因素其实不都存在着意义上的联系，不能构成真语境系统，而在虚假语境系统中构成的结合体是不能被形式逻辑判定的。拿例1来说，如果我们要承认"1＋1＝2并且雪是白的"是真判断，我们就必须断定"1＋1＝2"和"雪是白的"可能存在着某种条件关系，而这是不可能的。

有人曾否认复合判断和真语境系统的关系，认为构成复合判断的各肢判断不必要有某种意义上的联系。这是错误的。殊不知，离开了一定的语境系统，任何逻辑形式都是不能被科学地研究和应用的。各肢判断间的意义联系也是一种普遍的抽象，因为它撇开了逻辑联结词所联结的各不同因素之间的具体的意义联系，仅将各因素之间必然具有的，起码的，共同的、稳定的意义联系抽象出来，这也是一种能制约复合判断逻辑值的逻辑要素，是不能不研究的。

构造复合判断的语境系统必须是真语境。各因素有意义联系的要求在任一类复合判断类型中都存在，并且有时表现

为特殊的样态。

例如，选言判断的真语境系统不仅表现为要求各选言肢有意义联系，而且还要求构造时一般要穷尽该语境系统中的选言肢，因为被选择对象的全面性存在，才能保证从其中有可能得到正确的选择。

又如，假言判断和实质蕴涵也首先是由其前后件是否有意义联系而区别开来的。实质蕴涵是一个真值函数，整个蕴涵式的真假在给定各命题变元的值后就可据蕴涵联结词的意义确定整个函数的值。显然，蕴涵式也是与真语境系统无关的，它不同于假言判断。

在金岳霖《形式逻辑》一书中，在利用真值表研究实质蕴涵的真假值之后说："最后，我们应当指出，前面对假言判断（即实质蕴涵式——引者注）的分析，并没有充分反映人们实际思维中假言判断的全部意义；人们实际思维中的假言判断，除了前件与后件有上述真假关系外，还有更多的意义"①。

在一本数理逻辑专著中也指出："真值蕴涵只是真假关系的抽象，它和日常语言里的'如果…那么…'是有区别的"。②

在什么地方"是有区别的"？日常思维的假言判断"还有更多的意义"是什么？不是别的，就是要求有真语境系统的存在。假言判断要求前件和后件有一定的意义联系——它是判定该判断存在于真语境系统中的标准。二者说的是一回事。但是有无这种"区别"，有无这种"意义"关系却是极大的。举例说：

---

① 金岳霖主编：《形式逻辑》第113页。

② 王宪钧：《数理逻辑引论》第8页。

例 1：

"如果帝国主义本性改变，那么太阳要从西边出来了"。

例 2：

"如果美国有将近一亿个丈夫，那么美国有将近一亿个妻子"。

例 3：

"如果美国有将近一亿个丈夫，那么在美国就只有一个妻子"。①

从真值函数的观点看，例 1 、例 2 、例 3 都是真命题。例 1 是前件假，后件假，故整个公式真，例 2 、例 3 也是同样的情况。

但是，我们若来考察以上三例的语境系统背景（形式逻辑的假言判断必须如此），则会发现一些新的东西。这些新发现恐怕会改变我们由数理逻辑的蕴含式而得来的印象，尽管它有点先入为主。

例 1 中，"太阳从西边出来"与"帝国主义本性改变"并没有条件联系（表面的），似乎可断定它们构成了假语境系统。且慢，再深入一步看看：前件中，"帝国主义"与"本性改变"，彼此之间是没有联系的，二者构成虚假语境；后件中，"太阳"与"从西边出来"同样也只能构成虚假语境系统，前件和后件都是虚假语境系统，两个同样性质的虚假语境系统却有了真的共同性，那它们都是不可能存在的。因此，例 1 的假言判断实际上处于由两个假语境系统而构成的真语境系统之中，对之是能作出断定的。

例 2 中，前件和后件的联系在于众所周知的算术的和婚姻的原则，能构成真语境系统。

① 例 2 和例 3 引自苏佩斯的：《逻辑导论》。

例3则又不同于例1和例2，由于前后件有直接含义上的关联，必须将它们置于一个共同的最基本的系统中考察，但是在同一个系统之中“一亿个丈夫”与“一个妻子”却是不可能构成数量原则上的对应关系的，因此，例3只存在于假语境系统之中，在该系统中作出的“判断”是不可判定真假的。①

假言判断和实质蕴涵的区别还表现在：完全的实质蕴涵的建立是对条件命题的因果制约性进行数学方法扩张的结果，它并不等同地表现了假言判断的逻辑值。二者是有区别的。例如：

一个实质蕴涵的真假赋值情况是：

p	q	$p \supset q$
真	真	真
真	假	假
假	真	真
假	假	真

但是事实上，在形式逻辑范围之内，一个真的充分条件假言判断的逻辑值只有两种情况，即：

p真q真，则“如果p则q”真；

p真q假，则“如果p则q”假。

以上断定典型地体现了充分条件的性质。当然，根据形式逻辑范围内一切假言判断前件与后件的联系情况（包括必要条件和充分必要条件），我们还可抽象概括出第三种情况：

① 也许有人会要求用考查例1的方法考查例3，但这不可能。构成例3前、后件的简单判断，它们的谓词是相互关联的，属于相对概念，这类概念的使用上不能完全独立（“丈夫”总相对“妻子”而言），故而例3的前、后件只能放在基本的共同语境系统中考察。相反，在例1中，前件的概念与后件的概念却是可彼此完全独立的，因而两个简单判断彼此可独立构成更小的语境。

p假q假，则"如果p则q"真。

一个充分条件的假言判断只能是以上三种情况。至于p假，q真的情况，因为实际回避了p与q的因果联系（在q真的情况下，p可代指任何对象，q完全可独立于它们，不必以之作为自己的充分条件)，所以严格地说是不为形式逻辑所研究的。

但是对于蕴涵的真值形式来说，仅有以上三种断定显然不够。既然函数有一一对应的关系，那么，无论p和q赋什么值，整个函数都应有对应值（总不能在p假、q真时无法断定整个函数的值)。因此，在蕴涵的真值表定义中，不仅包括假言判断原来的三种情况，而且还约定，当p假、q真时，$p \supset q$是真的。这便完全了函数应具有的对应关系。进一步，根据函数对应情况，可使$p \supset q$发展形成自己的特殊的含义，即：当或者p假，或者q为真时，$p \supset q$就一定是真的。

如果将实质蕴涵的思想引入假言判断，无疑会产生一系列矛盾。例如在实质蕴涵之中，一切假前件必可以蕴涵任何真或假的后件，$(p \wedge \neg p) \supset q$；一切真后件可以为任何真或假的前件所蕴涵，$p \supset (q \vee \neg q)$。这是两个著名的"蕴涵怪论"，其含义已和充分条件假言判断不同。如果以此来说明充分条件前后件关系断定的性质，就会出现谬误。因为即使我们可用p假或q真来说明任何真的充分条件假言判断为真，我们同样也能据此说明任何假的充分条件假言判断为真。比如："如果是冬天，则必定百花争艳"。在现实中可出现如下（两种情况：（1）不是冬天，也不是百花争艳（p假q假)；（2）不是冬天，百花盛开了（p假q真)。这里，真值的情况同样是p假q假、p假q真，而那个判断却是假

的。

此外，以真假性为特征的复合判断的逻辑要素，还包括判断的一定的自然语言表达形式所具有的规定性，这也是对构成真语境系统的一种规定。

例如：联言判断的许多自然语言表达式，“不但…而且…”、“虽然…但是…”等都有语言使用的规范。“不但…而且…”要求两关联的因素有递进性，“虽然…但是…”则要求两关联的因素有转折性，它们对真语境系统的构成有更严格的规定。若使用不当，便会造成整个句子的无意义性。又如在选言判断中，“或者…或者…”、“不是…就是…”等语言表达式也各有不同的规定，后者严格限于表达不相容选言判断。总之，语言形式的规定决定真语境系统的形成，制约复合判断的真假。

综上所述，复合判断的真假性决不是一种纯粹的函数关系，它是综合、汇溶判断的各种逻辑因素而成的整体，这就是它与由真值联结词构成的真值形式在真假性涵义上的区别。

二、二者各有不同的形式结构

复合判断还有独特的结构形式。

例如在选言判断中，有相容的选言判断和不相容的选言判断，二者即使从真值形式上来说也是不同的：

p	q	（相容的）$p \vee q$	（不相容的）$p \vee q$
真	真	真	假
真	假	真	真
假	真	真	真
假	假	假	假

不相容的选言判断在思维中被广泛运用，它的作用为相容的选言判断所不能取代，它也直接影响了形式逻辑对推理的研究。但是在数理逻辑中，一般却没有表达不相容的析取式。数理逻辑将不相容选言判断的一些含义等值地用一个相容析取和一个合取的否定的两者的合取式来表达（$(p \vee q \wedge \neg(p \wedge q))$，但它在形式上已主要是合取式了。一般地认为，如果在数理逻辑的演算系统中另行独立地给出不相容析取的真值形式，会给演算带来不必要的混乱和其他一些麻烦。那么这种麻烦在形式逻辑中是否存在呢？不存在！因为形式逻辑往往是以某种典型的自然语言形式来比较注意地区别了两种不同的析取。比如"或者…，或者…，二者不可得兼，"宁可…也不…"，"不是…就是…"等一般都是表不相容析取的判断的语句关联词。

此外，象假言判断中的必要条件假言判断也都有在形式结构上特殊的地方。这些都是为数理逻辑所不具有的。

由于真值形式的构造根据不同，它完全可有不同于任何判断类型的形式结构，一个函数值可有无限多的表达形式。例如，$p \supset q$ 等值于 $(q \vee -q) \wedge p \supset q$，也等值于 $(p \wedge \neg p) \vee p \supset q$。如果说 $p \supset q$ 还勉强可认为与假言判断的充分条件式相对应，那么 $(q \vee -q) \wedge p \supset q$ 和 $(p \wedge -p) \vee p \supset q$ 却并不是任何复合判断类型了。

三、负判断和否定的命题形式的区别

负判断和否定的命题形式（如 $\neg p$）的关系有些特殊，有必要单独提出来讨论。

在数理逻辑中，否定命题形式由 $\neg$（非）置于一定命题形式之前而得。否定命题形式 $\neg p$（p 可代入任何命题形

式）在数理逻辑中有重要作用，没有它，整个演算系统将不可能建立，它的函数值由真值表定义为：

p	¬p
真	假
假	真

负判断是一种形式比较特殊的复合判断。它的产生直接地和数理逻辑有关，是受到数理逻辑兴起和发展中比较系统地研究了否定命题的影响的结果。在一个很长的时间里，形式逻辑都没有注意到负判断的存在，我国及至五十年代出版的逻辑教科书一般也都不提及负判断。但是负判断毕竟在人们的思维实际中是广泛存在的，形式逻辑一旦从否定命题受到启发后，就必须从自己的基本特点出发，全面地研究负判断。

首先，负判断和其他复合判断一样，也有自己的客观基础（见本章第二节）。这就表明，负判断并不是一种主观构造，只是以前研究不够未能及时总结而已。

其次，由于可以对任何判断类型根据实际认识的发展而进行否定，所以它是一个大的系统。它可以有以下类型：

否定简单判断而得的负判断。

（1）否定性质判断的负判断

否定性质判断的负判断有其特殊的逻辑特征。由于单称肯定判断和单称否定判断是矛盾关系，因此对单称肯定判断的否定等值于单称否定判断，反之亦然。对单称判断的否定只改变原判断的质而不改变原判断的量。但是对于A、E、I、O四种性质判断的否定，则同时要改变原判断的质与量。根据逻辑方阵中的对当关系，否定A等值于O，反之亦然；否定E等值于I，反之亦然。

（2）否定关系判断的负判断

对关系判断的否定，人们认为有以下的基本规律：其一，否定质，即否定关系项与关系联系的性质，将肯定变否定、否定变肯定。其二，否定“量”，除单称而外，否定全称得特称、否定特称得全称。其三，不否定关系项的存在，也不改变关系项的位置。例如，在三十八届世界乒乓球锦标赛男子团体决赛中，并非有的瑞典队乒乓球运动员能够战胜有的中国队乒乓球运动员。它等值于任何的瑞典队乒乓球运动员都不能够战胜任何中国队乒乓运动员。

否定复合判断的负判断。

复合判断由简单判断和联结词构成。不同的联结词可构成不同的复合判断。对这些复合判断的否定是既否定其联项又否定其肢判断的质：

① 否定“A并且B”，等值于“非A或非B”；

② 否定“A或者B”，等值于“非A并且非B”；

③ 否定“如果A则B”，等值于“A并且非B”；

④ 否定“只有A才B”，等值于“非A并且B”；

⑤ 否定“当且仅当A则B”，等值于“或者A并且非B，或者非A并且B。

此外，负判断还可用于模态判断等各类判断，也还可有更复杂的判断的否定。

其次，负判断也有自己特殊的自然语言表现形式。一般认为以下的语言类型明显地表达了负判断：

第一，否定词语＋句子（单句或复句）。例如

例1：

“并不是任何人都能做这个党的党员”。（斯大林《悼列宁》）

例2：

不是人们的意识决定人们的社会存在。

第二，反问句的类型。反问有明显和不明显的区别，但都可表示负判断，例如

例1：

“难道实践不是检验真理的标准吗?”

例2：

“人性是永远不变的么?”①

例1是明显的反问句，例2是不明显的反问句，但都表达了负判断。

当然，我们还可通过研究进一步总结出负判断的新的表达方式，此不一一。

由此可见，当我们系统地研究了负判断的性质、类型和语言表达方式等一系列问题之后，形式逻辑的负判断已自有了特殊的含义。它受数理逻辑的否定的命题形式的影响，但在性质和内容上却完全是形式逻辑的。例如，一个否定的命题形式在演算中可任意进行等值的置换，因为除了真值函数关系外它没有别的因素。但是一个负判断却不能和它在结构上等值的判断随意置换。原因之一在于，尽管它们有共同的真假性，但构成真假性的其他逻辑因素却是不同的，或者说，构成真语境系统的条件不同。例如，“并非李同志在屋里”。其真假性等于“李同志不在屋里”，但二者构成真语境系统的条件不同。“李同志不在屋里”是个简单判断，只要有李同志这个人，该判断就是可判定真假的。而“并非李同志在屋里”，却在一定的语境里往往还隐含了屋里有人，别人在屋里等因素，它们的成立，是构成真语境系统的必要条件。在有意义性（判定真语境系统的标准）的要求上，负判断往往

① 鲁迅：《文学与出汗》。

比与其等值的判断更严格。当然，它也包含了其等值判断构成真语境系统的因素为自己的因素。比如，“永动机是机器”是个无意义的语句（主词不存在）。如果我们说“并非永动机是机器”，同样也是毫无意义的语句，主词还是不存在，仍不能构成真语境系统。

总之，负判断的产生和数理逻辑的否定的命题形式等有直接的关系，但前者不同于后者，它具有形式逻辑的特殊性。形式逻辑吸取了数理逻辑的某些成果而发展了自己的判断类型，这看来“奇怪”，实则非常自然。

第一，负判断的类型，绝不是任意的构造、在现实思维中它早已是普遍存在了。它有一定的客观基础，也具有大量的自然语言的表达形式，只是以前一直在不自觉加以运用而已。如果负判断类型不具有客观必然性，那么无论数理逻辑如何发展，都难以使它自身的某些命题形式机械地植入形式逻辑而成为新的判断类型。比如象（$(p\wedge\neg p)\supset q$）之类的蕴涵怪论，至今（恐怕永远）也不是一种新的判断类型。

第二，就形式逻辑来说，它也是不断发展的，需要不断总结新的判断类型，不断完善自己。例如，在历史上亚里士多德主要研究了直言判断，到斯多噶学派才有了假言判断的讨论，至于关于归纳问题的讨论（培根、穆勒时期）则在新的意义上触及了判断中个别和一般的关系，……形式逻辑发展到今天，能否说它已穷尽了所有判断类型的研究了呢？没有。恰恰相反，有许多新的思维形式（包括判断类型）尚未探讨。有些早已在日常生活中被广泛运用了，但我们还来不及总结或总结不够（例如对关系判断的研究就是一例）。在这种情况下，任何别的学科在关于思维形式方面的启示都是有益的。

第三，一方面吸取别的学科的成果，探索新的判断类型，另一方面在这种研究过程中坚持形式逻辑本来的性质，二者之间虽有一致性，但后者决不是对前者的照搬。事实上，一类新的判断类型之被人们自觉认识，总有它的客观根据，它的自然语言表达形式。片面的移植不可能发掘这些方面的工作，而只有将这些因素都总结出来，我们才能知其（判断类型）所以然，才有了对该类型的自觉的认识。

负判断对我们有启发：一方面，不要以为形式逻辑对判断类型的研究是尽善尽美了；另一方面，也不要一看到某些新的类型尚未被研究就对形式逻辑本身的科学性产生怀疑。过去没研究，现在可以研究；过去研究不充分，现在可充分研究。例如关系判断，过去也是形式逻辑所不研究的，但它在现实思维中客观存在着，形式逻辑现在不也开始研究了吗？并且还逐步深入。总之，既要看到形式逻辑之不足（有不足才有发展），又要在发展中坚持形式逻辑的科学性，这是一件真正严肃认真的事情，是含糊不得的。

四、含有真值联结词的真值形式与复合判断的相关性

含有真值联结词的真值形式与复合判断各有不同的性质，不能混为一谈，但双方在历史的发展中又有某种联系。

我们在前面已粗略讨论了真值函数对复合判断的影响，不难指出，数理逻辑中的真值函数也不是完全的凭空构造，函数关系带有客观性，这种客观性部分地又可在形式逻辑的意义上得以阐明。

第一，五个真值联结词，其表达的函数关系归根结底来

源于人们对各种复合判断所具有的逻辑性质在某方面的进一步抽象。例如，对“⊃”所构成的函数式函数值的确定，是前件假或后件真，该真值形式为真，而不是确定为“前件真或后件假，该真值函数（真值形式）为真”。这就表明，蕴涵和假言判断类型的本来意义有关。进一步抽象的结果，只是舍弃了原判断类型的丰富规定（主要表现为构成真语境系统的规定）而片面发展了某方面的规定性并使之成为函数关系。

第二，如果说可以从具体的判断中抽象出真值函数，那么这种抽象往往也是建立在形式逻辑对自然语言的逻辑整理和逻辑分析的基础之上的。例如，“价廉物美”，可理解为价廉或物美，也可理解为价廉且物美。究竟如何含义应视具体的语境而定，然后才有可能进行合取或析取的构造。

第三，虽然含有真值联结词的真值形式不具有判断类型全部的逻辑要素，真值也不等于判断的真假性，但是在数理逻辑中也包含了许多可为形式逻辑所吸取（或已被吸取）的因素，其中不乏有益的启发。例如，前面讨论的对负判断的影响，此外还有对关系判断的影响。我们应在形式逻辑的基础上，积极吸取数理逻辑的研究成果。总之，在区别中看到二者的联系是有益的。但也不要忘记，数理逻辑构造一系列命题形式的目的，本质上是关于形式系统的。形式逻辑基于自然语言的判断研究，直接地是为了帮助人们自觉地在思维中达到“判断恰当”的目的，它自身就是有意义的。

本章小结

综上所述，形式逻辑的判断类型与数理逻辑的命题形

式、命题是有本质区别的。

判断是一种对思维对象有所肯定或否定的思维形式。判断有真假。形式逻辑的判断类型是对各具体判断所具有的一般逻辑性质的完整抽象，它以真假性为核心，表现为客观根据、形式结构和语言表达的三者统一。或者说，一定的判断类型是判断的真假性和有真假性的判断赖以成立的真语境系统的二者的统一。

命题形式和命题都是数理逻辑中的合式公式。合式公式依一定的形成规则而被构造，形成规则可以是人为约定的；合式公式是以形式语言表达的真值函数的关系式。所以它与判断类型是有区别的。数理逻辑中以真假作为函数的赋值域，但并不研究真假关系，因为一定真假关系的确定与真语境系统有关，而数理逻辑是不对此有任何研究的。

形式逻辑研究判断的目的和数理逻辑构造合式公式的目的也不同。前者是对思维形式系列研究的一个环节，它通过对判断类型的分析，起到规范人们判断要恰当的目的；后者构造合式公式的目的在于构造形式系统，以便于人们对整个系统的特性作形式的研究。因此，即使认为合式公式与具体判断有联系，数理逻辑也不能起到判断研究应有的作用。它们所要解决的问题不同。

在此，作为本章的小结，也作为比较研究中必然提出的问题，我们想就形式逻辑判断研究的发展谈些看法。

形式逻辑的判断研究在目前是远不如人意的，远远落后于思维实际，改革势在必行。对此，似乎没什么争议。问题是改革如何入手，朝哪个方向发展？是不是满足于将一系列的判断类型改成真值形式，完全符号化就是现代化呢？不是。判断是思维的形式，思维不会发生这样的变化。改革的目

的，不是要取消判断，代之以另外什么人为的规则，而是要更及时、更全面研究思维实际中所具有的判断类型，总结出其中的规律性，再以它们来规范思维活动，达到形式逻辑的目的。可以说，形式逻辑判断研究的发展，首先在于应该及时总结、充实对各种新的判断类型的研究。迄今为止，有许多在人们思维中普遍存在的判断类型还在形式逻辑的视野之外。如以简单判断为例，我们通常只是在谈论A、E、I、O四种（如果将单称从全称中分离开，就是六种）类型。这还仅仅停留在亚里士多德的时代。在亚氏以后，将近两千年的时间里，对简单判断的研究进步甚微，虽有些新的探索，但却不充分，不系统。最近，这个问题已逐渐引起了人们的注意，有人认为从理论上说，根据概念间关系的不同组合，简单判断的种类还有许多。比如：分离判断（只有一些S是P），除外判断（除Q以外的S是P），区别判断（只有S是P），包含判断（不只S是P）……在以上类型中，真正为形式逻辑所研究的还很少。如果我们能补上以上方面的不足，那不就是在一个方面丰富发展了形式逻辑的判断研究了吗？而且，不同的简单判断类型可分别组成在逻辑值上有区别的逻辑方阵，这样，也为进一步研究推理提供了前提条件。总之，所有这些，都是很值得形式逻辑去开拓、去整理的。对新类型的研究是发展形式逻辑判断研究的一个重要方面。

其次，应全面地发展判断理论，形式逻辑所研究的是判断类型，类型不仅仅是关于形式构架的。亦即判断的研究不仅要考察它在形构上表现出的真假性，而且要更深入地考察各类判断的构成真语境系统因素中的一般性。它与判断的客观根据、自然语言表达方式都有密切的关系。在这样的研究中，我们终能丰富和发展关于判断的理论。

此外，在判断研究中，还必须处理好形式逻辑判断理论同其他科学（如语言学、心理学、数理逻辑）的关系，始终保持自己鲜明的特色，始终不离特定的研究目的，即从判断这一特殊思维形式领域内来规范人们正确运用各种判断类型，做到判断恰当，进行正确的思维。

第四章　演绎推理和形式演算

形式逻辑与数理逻辑的不同，表现在演绎推理与形式演算的不同。演绎推理与形式演算是两个不同理论系统所讨论的问题。对演绎推理与形式演算应作详细比较。推出新的知识是演绎推理不同于形式演算的根本特征。

第一节　两种不同的理论系统

形式逻辑演绎推理和数理逻辑形式演算的区别，① 首先在于它们各是不同的理论系统所讨论的问题。

一、演绎推理的特征

1．演绎推理是形式逻辑理论体系的一个特殊环节

推理是在人们日常思维中最常用的一种重要的思维形式。它是人们进行思考，获得新知的手段，也是人们在实践活动中探寻新结果，由已知进入未知的方法。推理是思维形式系列的一个环节，对它的研究是整个形式逻辑理论的一个组成部分。

从思维形式系列看，推理由判断组成，它又可成为论证等更复杂思维形式的基础，和其他类型的思维形式处于相互

① 我们以下可将演绎推理简称推理，形式演算简称为演算。

联系之中。例如，判断研究对推理类型有影响。一般地，肯定判断的谓词不周延，从一个全称肯定判断出发，利用换位法推理只能得到一个特称肯定判断。但是，在判断类型上如果确认肯定判断的谓词在定义形式等情况下周延，那么在推理中就会产生新的类型。对于定义形式的换位法推理，从全称肯定判断可得出一个新的全称肯定判断。由此可见，由于推理是由概念、判断组成的，在一定意义上也可把它看成是对概念，判断研究的继续，我们必须在整个思维形式系统的联系中研究推理。

但是，正如概念，判断具有自己的特殊性一样，推理也有自己特殊的本质，即它能根据已有的判断推出新的判断，使人们从已知进入未知。我们知道，概念是对事物本质属性的反映，列宁说是人们认识“自然之网”的“网上的纽结”；判断是一种表达有所断定的思想的思维形式；而推理则将概念、判断等连接起来，寻求它们的内在联系，从已有的知识推出新的知识，帮助人们在认识中把握“规律之网”。演绎推理的思维进程是一种从一般到特殊的运动，即它以一般原理为根据而推出关于特殊的某方面的结论。从一般到特殊，这就是演绎推理过程的特点。这种由一般到特殊的过程并不是思维自身的创造，它从一个方面反映了客观世界的一般与特殊的关系。客观世界的对象和现象都是由一般到特殊，又由特殊到一般存在着的。对于个别事物来说，它只有具有与其他事物共同的属性才能存在于普遍事物的联系之中；对某一类对象来说，也总有某种属性为这一类对象普遍具有。因此，我们在认识中，既能从研究分析某个别事物，从中抽取出该类对象的一般的共同属性，也可以对某事物的普遍性的认识来指导对具体事物的认识，为认识由一般到特殊提供可

能。演绎推理的客观性即在于此。列宁说："最普通的逻辑的'格'——（所有这些都在关于'推理的第一格'这一节中）是事物的被描绘很幼稚的，最普通的关系。"① 列宁在谈到演绎的性质时也指出："人的实践经过千百万次的重复，它在人的意识中以逻辑的格固定下来。这些格正是（而且只是）由于千百万次的重复才有着先入之见的巩固性和公理的性质。"② 列宁深刻而确切地抓住了演绎推理的特殊本质。第一，我们所谓的"逻辑的格"（推理形式）实在乃是人们在千百万次实践中积累起来的和事物的关系相一致的认识智慧的结晶。一个正确的推理式，都必有它的客观基础和自身的特殊结构。正确的推理类型为人们千百年来的社会实践所验证。第二，"逻辑的格"具有先见之明的性质，这是推理和其他思维形式的最根本的区别。它是一种由已知进到未知的方法。例如：

第一次世界大战时，某次交战之前，德军一名参谋天天拿着望远镜观察法军阵地上的情况。他连续几天都看到，在法军阵地的后方的一个坟地上，有只猫总要在早上八、九点钟时出来晒太阳。德军指挥官根据这一情况，再加上其他一些情况，进行了如下一系列演绎推理：

第一步，进行选言推理，同时在选言推理中又带上一个假言推理，从而断定这只猫是一只家猫。其推理过程是：

这只猫或是家猫，或是野猫。

这只猫不是野猫。因为，如果它是一只野猫，它的活动就不是有规律的；然而这只猫的活动是有规律的。

所以，这只猫是一只家猫。

第二步，进行三段论推理，断定坟地附近一定有人居

① ② 《哲学笔记》，人民出版社1956年版，第162页。

住。其推理过程如下：

凡有家猫活动的地方是一定有人居住的；

这个坟地附近是有家猫活动的地方；

所以，这个坟地附近是一定有人居住的。

第三步，进行选言推理，从而推出居住在这里的人是住在地下的。其推理过程是：

住在这里的人或住在地上，或住在地下；

住在这里的人没住在地上（观察而得）；

所以，住在这里的人是住在地下。

第四步，进行三段论推理，从而推出住在地下的人是军队的指挥官。其推理过程为：

在战争时期的前沿阵地上，住在地下的人都是军队的指挥官；

这里的人是住在地下的人；

所以，这里的人是军队的指挥官。

第五步，进行三段论推理，从而推断出坟地下面住的是高级指挥官。其推理过程是：

在前沿阵地，只有高级指挥官才有心思玩猫；

现在住在坟地下面的人是有心思玩猫的人；

所以，现在住在坟地下面的人是高级指挥官。

德军指挥官们正是在大致上进行了上述推理过程后，推测到坟地下面是住着法军高级指挥官的掩蔽部，于是集中了六个炮兵营的火力进行轰击。事后查明，这里是法军的一个旅指挥部，人员全部被击毙。

这个例子较好地说明了推理所具有的"先入之见"的性质。法军有高级指挥官住在坟地下的事实，并不能在事先被直接观察到，它是人们运用一系列推理方法从一定的已有的

事实材料中间接得来的知识。显然，推理在此起了预测的作用，预测的必然性为实践所证实。因为“逻辑的格”具有公理的性质，普遍适用于人类所要进行思维的各个领域，因此带有最大的普遍性。

2. 推理要合乎逻辑

形式逻辑认为，为了使演绎推理正确发挥作用，就必须从推理的本质出发，阐明它的基本的逻辑要求——推理要合乎逻辑。

推理的特点在于从已知推出新知，这种必然性其实是以两个条件为前提的。一是据以推理的前提要真实，二是推理形式要正确。正确的推理是前提的真实性与形式结构的正确性的统一。恩格斯说：“如果我们有正确的前提，并且把思维规律正确地运用于这些前提，那么结果必定与现实相符。”① 恩格斯的话提醒我们，为了保证人们对推理形式的正确运用，形式逻辑要全面地研究推理类型。一定的推理类型也总含有三个方面的因素：一是它的客观根据；二是它的形式构架；三是它的语言表达。下面我们对此分解地加以讨论。

（1）推理的客观根据

在推理中，各种各样的判断以一定的方式相联系，从而构成了一定的推理类型。各判断间的联系并非无缘无故，而是有它一定的客观根据的。客观根据是该推理之所以为该类型的充足理由，它揭示了该类型形成的“所以然”。

怎样判定一个推理是否与某类推理的客观根据相符？其最一般的标准即看它的前提是否真实，整个推理是否有意义。

① 《马恩全集》，人民出版社1971年版，第20卷，第661页。

首先，从各类推理的产生看，它们都是来源于对各种具体推理的抽象，只有从正确的（当然包括前提正确）推理中，我们才有可能保证所由以得来的一定类型是有客观必然性的。例如

例1：

所有的金属都是能导电的，

铁是金属，

所以，铁是能导电的。

例2：

所有能导电的都是金属，

水是能导电的，

所以，水是金属。

就表面看，似乎从例1和例2都可抽出相同的结构：

所有M是P，

所有S是M，

所以，所有S是P。

其实问题并不这么简单。

例1的前提所断定的关系是正确的，整个思维运动过程体现了从P（最大的普遍性）经M（P的特殊）到S（M的特殊）的联系，这是一个由一般到特殊的过程，推理是有效的。

例2则不然，由于大前提的错误（P和M不能有正确的联系），所以，我们不能确定保证由P可达S的联系。即在这里构不成由一般到特殊的运动，这就根本违背了演绎推理的原理。因此，在一个前提不正确的“推理”中，构不成演绎推理所要求的特殊的联系，该“推理”是不能被称之为演绎推理的。

其次，前提的正确性也与推理的结构规则有关。例如：

所有的快乐（M）是瞬息即逝的（P），

不朽（S）是一种快乐（M），

所以，不朽（S）是瞬息即逝的（P）。

上述推理在逻辑形式上并非有效。

我们知道，直言三段论是建立在概念间的五种基本关系基础上的（五种关系就是：全同关系、包含关系、包含于关系、交叉关系和全异关系）。根据三段论规则，三段论必须并且也只能有三个概念组合而成；三个概念之间必须也只能有三种关系。如果违背了以上规则，就不是在结构上正确的三段论。在上面的例子中，共有三个概念（快乐（M），瞬息即逝（p），不朽（S）），但却不止表达了三种关系：

① MRP（R表关系，读为M与P有关系）；

② SRM；

③ SRP；

④ $S\overline{R}P$（读为S与P不具有关系）。

前三种依推论程序给出，第四种却是为S自身所必然隐含的（或者说，不朽之成立，以不为“瞬息即逝”包含为必要条件）。在四种关系中，SRP与$S\overline{R}P$构成矛盾。该“推理”违背三段论规则，推理无效。

概括地说，任何一个前提错误的“三段论”，实际上都包含了不止三种的关系，诸关系中肯定是不协调的。因此，当我们要求三段论推理的前提是正确时，也就在逻辑形式上防止了三段论中多于三种关系的产生。在规则中不被允许的情况，在实际推论中也是不被允许的。

也许有人会问：归谬法就是从错误前提出发而进行的推理，难道也是无效的？这，不是的。

常用的归谬法是一种“以退为进”的反驳方法。① 它的一般思想是先假定对方的论题为真，然后从对方的论题中推导出荒谬的结论，再根据假言推理的否定式驳倒对方的论题。

归谬法的一般过程可表为：

设被反驳的论题为 p；

先假设 p 真；

但从 p 推导出 q，即，如果 p 则 q；

现已知 q 假，所以 p 假。

由此可见，归谬法的实质在于证明对方论题 p 真为不可能。因为如果 p 真，那么从 p 的一般性可推出与之有特殊联系的q，但实际上 q 不可能是真的，所以，p 的一般性是不可能成立的。归谬法从另一个方面证明了在违背推理从一般到特殊的情况下，是不可能进行有效推论的。它与形式逻辑所要求前提真实的思想完全一致。

形式逻辑还要求推理必须是有意义的。无意义的“推理”不被允许，一个推理行程必须要求能从一般达之特殊，即必须能推出新知，否则就是无意义的。例如

例 1：

所有S 是S ；

所有 S是S ，

所以，所有S 是S 。

例 2：

所有的国家都不是石头，

美国是个国家，

---

① 归谬法的实际运用与多种推理形式有关，但我们在此只讨论其中的演绎推理的性质。

所以，美国不是石头。

例 1 是无意义的。在这一过程中，“S”（无论它是大项、中项还是小项）的一般性相同，从前提到结论的过程不表现出思维从一般到特殊的行程，所以，例 1 违背了演绎推理所要求的客观根据，很难说是个演绎推理。

例 2 也是无意义的。其错误在于作为大前提的判断（所有的国家都不是石头）是个无意义的判断。该判断断定“国家”和“石头”能构成真语境系统（见第三章），国家和石头具有某种意义联系是可能的。这个前提断定（肯定两者能构成真语境系统）是假的。由于组成推理的是概念和判断，它们的逻辑错误也会导致推理的无意义性。

现在，我们把关于推理的客观根据的讨论作一归结。

这一问题涉及了三个因素（推理的本质，推理的客观根据以及判定的标准）、两种关系（推理的本质与推理的客观根据的关系、推理的客观根据与推理是否具有这一根据的判定关系）。推理的本质在于它揭示了概念，判断的运动，能从已有的判断推出新的判断，新的判断是新知；推理的过程表现为认识从一般到特殊的运动，它从一个方面反映了客观事物的一般和个别的联系，各种不同的推理无非以不同的方式反映了这种联系，因此，它们都是有客观根据的，客观根据是某推理类型之成为该类型的充足理由；推理的真实性和有意义性是推理的客观根据必然提出的要求，也是判定某个推理过程是否具有客观根据的标准。三者的关系在于：一定的推理只有在不丧失其客观根据的情况下才能保持自己的本质，即从一般到特殊的运动中推出新知。各种不同的推理各有具体的客观根据，但却有一般的判定标准，即真实性和有意义性。一个符合一定客观根据的推理必定是真实和有意

义的，在这样的推理中，推理能保有自己的本质；反过来说，一个真实和有意义的推理也必定是有一定客观根据的推理，由它可推出新知。在这里，推理真实的要求主要是推理保有自己的根据和本质的要求，它既不同于讨论具体知识如何真，也不同于在论证中断定前提必然真。具体知识的如何真是各具体科学的事，逻辑论证中的论题之真可独立于某特定的论据之真（可由不同论据推出论题的真）。但是在推理中，真结论完全有赖于真前提，它只能被推知而不能脱离具体的推导过程先验地得知。据说鲁迅写《阿Q 正传》，原并没想到阿Q 会"画圆"(被处死)。事物内在逻辑的发展迫使鲁迅悟到了虽然出乎意料但却是必然的结论：在当时中国的社会条件下（一系列真前提）阿Q 必定是要去"画圆"的（结论)。逻辑的力量即在于此。总之，关于推理的客观根据的讨论，要解决的是推理之为推理的条件问题。换言之，它揭示的是推理活动赖以成立的真语境系统的条件。推理前提的真实性要求和推理的有意义性要求是根据推理的客观根据而提出的，它表现了客观根据的一般逻辑要求，它是关于推理的真语境系统成立的一般规则。

（2）推理的形式结构

正确的推理必须具有正确的形式结构。在认识中，人们认识到某些类型的前提和某些类型的结论之间有着必然的联系，将这些有推论关系的判断归结起来，作为一个整体考虑，就是推理的形式结构。例如：

所有的事物都是运动发展的；

生物是一种事物；

生物是运动发展的。

以上三个判断有推论关系。其中最后一个判断是前面判

断的结论。若以不同的符号代替不同的具体内容，则上例可抽象出以下形式：

所有M 是P，

所有 S是M，

所以，所有S 是p。

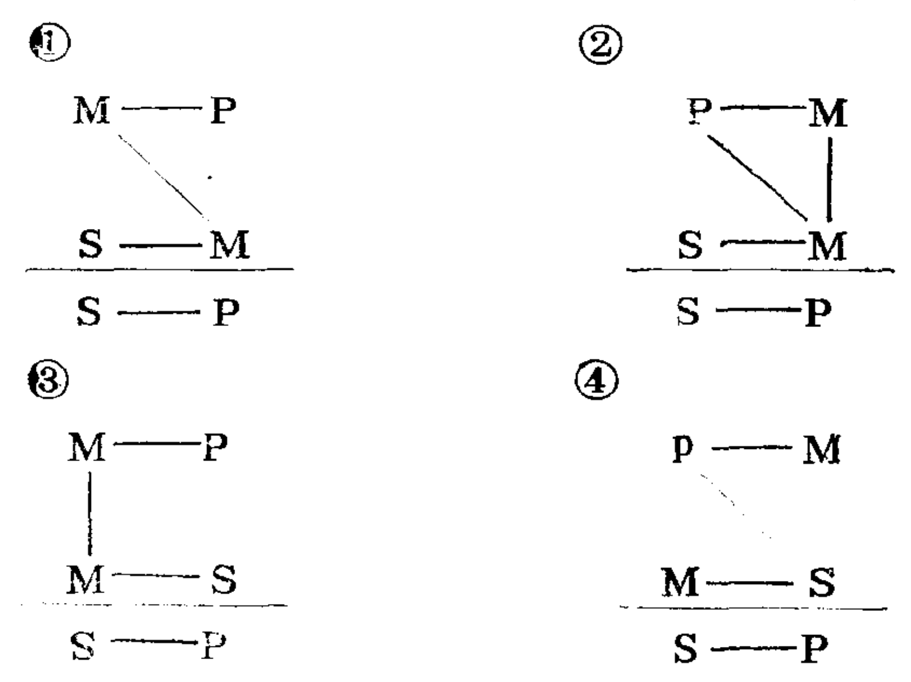
进一步地，如果我们略去置于判断主词之前的量词，并且以横线（——）表联结关系，则又可得到以下形式：

M —— P

S —— M

S —— p

以上形式还可以再分析，因为在实际上，联结大、小前提的中词（M），在前提中可有不同的四种位置，分别是：



以上所讨论的，就是一种三段论推理的结构模式。

推理的形式结构有客观性。并不是任何一些正确的判断之间都具有必然联系，一定推理的前提只有通过一定的结构才能和一定的结论发生必然的联系。例如

例 1：

所有的团员都是青年，

小李是团员，

所以，小李是青年。

例 2：

所有的团员都是青年，

小李是青年，

所以，小李是团员。

例 1 是正确的，例 2 则是个错误的推导。看起来二者的区别似乎仅在于把小前提和结论互换了位置，但换位的结果已改变了推理的形式结构。

例 1 的形式结构是：

所有的M是P；

所有的S是M；

所以，所有的S是P。

例 2 的形式结构是：

所有的P是M；

所有的S是M；

所以，所有的S是P。

例 2 的形式结构是不正确的。从例举的推理我们也知道，小李虽然是青年，但未必是团员（并不是任何青年都是团员)。这就是说，构成推理的前提和结论的那些判断之间必须存在着内在的必然的、逻辑关系，必须能正确反映事物之间的相互依存、制约的关系，否则，就构不成正确的推理。从思维实践的角度看，人们总是在发现和验证着这种正确的联系。因此，形式逻辑必须从人们的思维实际中不断总结出各类正确的推理形式结构，研究它们的性质及在认识中的作用

并相应地用一定的规则规范它们，以保证使用时的正确性。

（3）推理的自然语言表达

推理的自然语言表达首先表现在推理的前提和结论是由一系列概念所组成的判断，在日常思维中，它们的表达方式都是自然语言的。但是，推理的自然语言表达还有其特殊性，有特殊的关联词。

在我们日常思维中，推理总是通过自然语言的复句或句群来表现的，但互相并不等同。

首先，复句和句群的大部分不表现推理，只有那些表现前提和结论之间的推断关系的句群，才是表现推理的。

例1：

如果水银是金属，那么水银是遇热膨胀的。

例2：

如果所有金属是遇热膨胀的，那么并非有些金属不是不遇热膨胀的。

例3：

如果水银是金属，并且金属是遇热膨胀的，那么，水银是遇热膨胀的。

在以上三个例子中，其复句所用的关联词都是“如果…那么…”，但是例1与例2、例3有逻辑性质上的差别。例1仅仅表达一个假言判断，例2、例3却表达了两个正确的推理。其中，例2表达了从一个判断推出其等值的负判断的推断关系（由“所有S是P”而得“并非有S不是P”），例3则表达了一个假言三段论的推理（如果p则q，并且如果q则r，则如果p则r）。

在日常语言中，推理的前提和结论之间常用一些关联词语联结，比较常见的有：“因为…所以…”，“由于…因

此”，“既然…就…”等等。其中的“因为”、“由于”、“在于”、“根据”、“基于”、“鉴于”、“出于”等是表示前提的；“所以”、“因此”、“为此”、“于是”、“总之”、“据此”、“由此可见”、“这些都说明”、“以此可以得出”等等是表示结论的。这些关联词语一般用作复句的标志，但是也常用来连接句子、组成句群。就复句来讲，只要各分句之间存在着推断关系，就可以说是它表达了推理。

另外，在我们日常的思维中，为了表达上的简洁、鲜明、生动，在不同的上下文里，推理的语言表达形式也灵活多样，有时也常常采取省略的形式，这些都要视具体的语境而定。

研究推理和语言表达关系的意义在于：

首先，它帮助人们正确理解和表达推理。既然推理必然通过语言来表现并与概念、判断有不同，那么对这些特征的揭示无疑有助于区别开不同的思维形式。这也是正确运用的前提。例如：“如果…那么…”和“既然…就…”的含义不同，前者一般是假言判断的关联词而后者则是一个断定。

例1：

如果你答应了人家，那就不应食言。

例2：

既然你答应了人家，就不应食言。

例1和例2的意义是不同的。例1只表达了一个思想：要守信用。例2则表示了一个事实的推断：

答应别人的事是不该食言的，

你已答应别人的事，

所以，你不该食言。

其次，各类不同的自然语言表达式，除了它们共同具有

的表明前提和结论关系的特征，一般还有各自特定的含义，它对构成推理的真语境系统有影响。如果使用不当，就会造成无意义，甚至是错误的推理。例如“既然…就…”带有事实上的确定性，一般不适宜表达纯假言推理（纯假言推理至多是一种合理的假设，与事实上确定无关），“因为……所以”则一般地表达了因果联系，可不必过多地考虑事实的确定性。

例 1：

既然生了病，就要赶紧治疗。

例 2：

因为生病会影响健康，所以要及时治疗。

例 1 不仅断定了生病和治疗的必然联系，而且还断定了生病的事实存在。例 2 仅仅断定了生病和治疗的必然联系，并没有断定某人确实病了。它们可分别翻译为以下两个推理：

例 1 可表为：

如果生病，就要及时治疗，

××生病了，

××要及时治疗。

例 2 可表为：

如果生病就会影响健康，

如果影响健康就要及时治疗，

所以，如果生病，就要及时治疗。

由此可见，例 1 表达的是有事实断定的假言推理，例 2 则可处理成纯假言推理。不同的关联词有不同的特殊性，充分注意这种因素，对保持推理的有效性是十分必要的。

总之，作为逻辑学研究对象的推理类型，是一定的客观根据、结构和语言表达三个层面的复杂统一。只有对此全面研究，才能使人们达到合乎逻辑的正确而有效推理的目的。

二、数理逻辑的形式演算

1．演算的内容与表现形式

如果说数理逻辑研究推理，那它是从完全不同的眼界入手的。它主要是形式化的公理演算系统。它不研究关于推理的本质、推理和现实思维的关系、推理的真实性和正确性的关系，推理和自然语言关系等诸如此类的问题。一般来说，数理逻辑至多讨论了推理的形式结构，严格说来，它是讨论了与推理形式结构有一定关系的真值函数或命题函数。

例如，以下是一个具体的充分条件假言推理：

如果天下雨，则地湿，

天下雨，

所以，地湿。

该推理依一定的形式系统中的规则可抽象出一个符号式：$(p \supset q) \wedge p \supset q$。该公式唯一地表述了一种真值函数关系。

形式演算的过程也表现为符号的变换。例如，根据$(p \supset q) \wedge p \supset q$，我们可通过置换而得：

$(\neg p \vee q) \wedge p \supset q$。

上式又可通过代入而得：

$(\neg p \vee p) \wedge p \supset p$。

上式又可通过置换而得：

$\neg((\neg p \vee p) \wedge p) \vee p$

上式又可通过否定符号内移而得：

$\neg(\neg p \vee p) \vee \neg p \vee p$

再将否定符号内移：

$(p \wedge \neg p) \vee \neg p \vee p$。

……

在这一系列演算过程中，我们所注意的只是符号的不同组合和变化而和符号可能代表的内容无关。换句话说，符号只是一种表函数自变元的符号（指命题变元），不表示其他意思。这和形式逻辑不同，在形式逻辑中，如果使用某些符号，那也只是作为研究推理形式的一部分而存在，而一定的形式结构和一定的形式的内容有联系。

2．形式系统中的演算定理

表达一定的真值函数或命题函数关系的函数式都是真值形式。

真值形式就函数值的划分可有三类。在真值函数中是永真式、永假式、可真假式；在命题函数中是普遍有效的、不可满足的、可满足的三种。永真式和普遍有效式是命题演算和谓词演算中的定理（以下简称演算定理）。

例如，$(p \supset q) \wedge p \supset q$，它是一条命题演算中的定理。因为该公式的永真性可由真值表方法判定：

p	q	$p \supset q$	$(p \supset q) \wedge p$	$(p \supset q) \wedge p \supset q$
真	真	真	真	真
真	假	假	假	真
假	真	真	假	真
假	假	真	假	真

表中最后一行公式的值是恒真的。

要么，演算定理是函数值永真(对于命题演算而言)的真值形式。在第一章中我们所例举的形式系统中的定理都是演算定理。

就语言的表达来说，演算定理是由人工语言构造的符号串，是完全形式化的。形式化使演算成为可能，表达内容的单一性又使形式化成为可能，三者同样是密切相关的。

3、演算是数理逻辑的主要特征

演算是数理逻辑的主要特征。离开演算，它根本不可能存在，更不能解决任何问题。这就使我们有必要对这种演算的缘起和特性作一考察。

一个令人感兴趣的事实是，具有演算特征的研究函数关系的数理逻辑的产生，溯源至古代却与人们试图规范思维正确性的动机有关。在本书的第一章中，我们谈到了莱布尼茨，现在再让我们越过莱布尼茨而粗略地回顾整个历史的发展。

从古代开始，思维的精确性和正确性一直被人们认为是同一回事。①精确性意味着可计算性。古代的哲人们似乎极自然地想到了思维和计算的关系。

在古希腊就有了思维和计算的思考。

毕达哥拉斯的“数”。毕达哥拉斯把数看作是事物的本质，认为数之间的关系就是事物之间的关系，思维和数学运算有相同的意义。他是历史上最早将事物关系和思维特征联系起来的思想家。他关于“数”——“计算”的探讨具有浓厚的哲学意味。

柏拉图的门牌告示：“不懂几何的人不得入内”。柏拉图承

① “不兼容”原理表明，二者是不同的。参见本书第一章。

继苏格拉底之学而发展理念论，他认为一切必然而普遍的知识都与数学有关。理念是一种纯粹的抽象（例如抽象的圆在本质上比任何具体的圆都“圆”），确定理念的方法只能是数学的，数学的计算是哲学的技艺。据说柏拉图本人精通于“几何化”的思维，但他痛恨人们将他的数学知识用于实际生产，那是对“神””的“亵渎”。

古希腊开始的关于思维和数学运算相同的思想还是较素朴的，因为人们对思维的涵义及思维的哪些方面因素是可计算的并没有明确的认识。但这种思想毕竟推进了后人的思考。于是有了新的转折。“公元前一世纪伊壁鸠鲁的费罗德谟，他是《哲学的语法学》论文的作者，他写过关于逻辑和计算之间的同一性关系，他把按这种方式设想的逻辑，叫做逻辑斯谛，即计算的艺术”。① 显然，费罗德谟已越过古希腊人给定的广泛的哲学空间，他试图把计算问题仅仅放在逻辑内思考。从而思维和计算的关系就转变为逻辑和计算的关系。这种趋势发展到莱布尼茨时代，就有了明确将逻辑实体归属于类似代数的演算的想法。莱布尼茨是这样表述他的关于推演是一种演算的思想的：“于是，这种新的，独特的演算便诞生了，它出现在我们所有的推理中，恰如算术或代数的演算那样。”② 莱布尼茨是真诚的，因为他确实希望通过计算来规范思维的正确性（这从他不放弃对概念内涵的研究可以证明），他恐怕是最后一位在本来意义上理解思维和计算关系的大思想家了。

莱布尼茨本人未能实现自己的计划，他的计划注定是不

---

① 〔罗〕杜米待里乌：《逻辑与数学》，《现代外国哲学社会科学文摘》1983年第9期。

② 参见：肖尔兹：《简明逻辑史》。

幸的。人们后来终于感到要从原来逻辑学所具有的涵义上实现演算是困难的。我们只能从逻辑原来所研究的问题中抽取出某单一的关系，这种关系开始在布尔那里被认为是“外延”的，后来才确认就是一种特殊的函数关系（真值函数、命题函数）。这样，“思维和计算”的关系在历史上经过“逻辑和计算”的转变之后，又转变成为函数和计算的关系。问题终于提得比较适当了。

人们真正推进这方面研究的标志是布尔代数的产生，它有点类似今天的命题演算，是英国逻辑学家乔治·布尔创立的。然后，弗雷格发展了谓词逻辑。罗素沿着弗雷格的研究方向，彻底化了这方面的工作。1910年，罗素与怀特海合写的数学名著《数学原理》第一卷出版，从此便标志了数理逻辑的产生。“后来的任何发展不过是使它更加完善而已”。①

数理逻辑产生的意义是巨大的。千百年的努力，历经沧桑，终于有了一种与具体思维有关的演算结果，几乎没有人不认为数理逻辑的主要特点在于它的计算方面。著名大数学家希尔伯特在《理论逻辑要点》一书中明确说：“数学的形式方法扩展到逻辑领域，便是理论逻辑，也称数理逻辑或符号逻辑”。我们由此也可进一步理解数理逻辑所谓“形式”一词的含义。数理逻辑的“形式”或者称数理逻辑为“形式逻辑”，“形式”一词都是在演算的意义上使用的，是“数学的形式方法”。我们一般的形式逻辑中的形式，指的则是关于思维的形式。因此，存在着两种含义不同的“形式”，数理逻辑是不能被称之为关于思维形式的逻辑学的。以自然语言表述的形式逻辑不具有演算的能力，换言之，不具有数理逻辑意义上

---

① 〔罗〕杜米特里乌：《逻辑与数学》，《现代外国哲学社会科学文摘》1983年第9期。

的“形式”。

诚然，数理逻辑是关于演算的，它可把某些具体的逻辑推理过程处理成一种函数演算过程。不过演算并没使人达到原来希望达到的目的。从古代“思维——演算”的思想，到中世纪和莱布尼茨“逻辑——演算”的思想，再到莱布尼茨之后“函数演——算”的思想，“演算”可谓以不变应万变。变是必然的，没有一种方法能解决世界上所有的问题。如果我们的要求还是停留在莱布尼茨甚至毕达哥拉斯时代，数理逻辑恐怕永远不会产生。缩小范围的结果，使演算方法终于能与一定的研究对象相适应。但是呱呱落地的“新生儿”——数理逻辑除了“演算”一点尚不负“远祖”之厚望外，其他已是面目全非了。演算的对象既不是思维，也不是思维形式，而是一种函数关系。它与其他数学的区别也在于不是从自然界抽象出数的概念，而是从思维形式中抽象出了某种可为数学研究的对象，数的本质是一样的。函数关系既不是思维形式，也不是思维，对函数关系的研究固然有它的作用，但这与规范人们运用思维形式进行思维的正确性毕竟是不同的。我们确实可较顺利地利用演算处理从具体推理中抽象出的某种函数关系，但它并不意味着等同于我们从具体推理中完整地抽象出一种推理类型，并通过对它的研究反过来指导人们对具有该类型思维内容的推理的具体运用。逻辑的研究与数学的研究是不同的。

例如：

运用数理逻辑自然推理的方法解决复杂问题的计算，从前提“所有马是动物”，证明“所有马头是动物头”。

设：H = 是……的头；

A = 是动物；

p = 马

则前提可表为：$\forall_x(p_x \supset A_x)$

证：

① $\forall_x(p_x \supset A_x)$ 〔前提引入〕

② $\exists_y(p_y \wedge H_{xy})$ * 〔引入带x的前提〕

③ $p_{ax} \wedge H_{xax}$ * 〔②∃消去〕

④ $p_{ax} \supset A_{ax}$ 〔①∀消去〕

⑤ $A_{ax} \wedge H_{xax}$ * 〔③、④据定理指导〕

⑥ $\exists_y(A_y \wedge H_{xy})$ * 〔⑤∃引入〕

⑦ $\exists_y(p_y \wedge H_{xy}) \supset \exists_y(A_y \wedge H_{xy})$ 〔②、⑥据cp规则、消去*〕

⑧ $\forall_x[\exists_y(p_y \wedge H_{xy}) \supset \exists_y(A_y \wedge H_{yx})]$〔⑦全称引入〕

证毕。

最后一行是结论。读为“对任一x而言，如果存在y，y是马且x是y的头，则存在y，y是动物且x是y的头”。

上例表现出了演算所具有的精确性。德摩根甚至说，以上演算不可能在形式逻辑推理中得到证明。

形式逻辑的推理确实是不研究演算的。但象例中所举的具体推理，在现有的形式逻辑体系中却有一种推理类型——附性法推理与之对应，二者的作用不同。

从“$\forall_x(p_x \supset A_x)$”到“$\forall_x[\exists_y(P_y \wedge H_{xy}) \supset \exists_y(A_y \wedge H_{xy})]$”，数理逻辑无疑揭示了函数的演化，但它并没有说明该推理的本质。因为我们只要以“马的翅膀”代替“马头”，那么我们却可以从一个正确的前提推出一个错误的结论：“所有的马的翅膀是动物翅膀”。它的函数演算与所举之例完全一样。这一现象是数理逻辑无法说明的。

形式逻辑的附性法推理则不同，它恰恰有从推理类型方

面对此作了整体的规定：要求推论前后的关系保持不变。同时，为了保证推论的有效性，形式逻辑对主词的存在问题也有相关的讨论。显然，附性法推理结构只是表推理方向和结果的模式，但它只是作用于人的思维的，它确实能根据人的思维的复杂特性和复杂的知识背景而起导引的作用，推出新知。

总之，函数演算可抽象具体推理过程为某种函数关系，但却不能对一般的推理类型有本质和全面的说明，更何况有些推理形式并不直接表现为函数关系哩（我们在后面要讨论这一问题）。所以，无论是从历史的发展还是实际的情况来看，数理逻辑的函数演算都是不能代替形式逻辑推理类型的研究的，两者所具有的根本特征不同。

第二节　推理类型与真值形式

们在本书论第三章曾讨论了判断类型与真值形式的关系。在本章中，我们所比较的对象还是真值形式，但其中内容略有不同。我们主要是将推理类型和真值形式中的永真式作些比较，一般不讨论可真假式（已将它与判断类型作比较）和永假式。后一类的公式在于无论赋予命题变项什么值，整个公式始终是假的。从总的特征考虑，永假式既不同于判断类型又不同于推理类型，显示出真值形式和思维形式的一个特殊区别，也正因为如此，在具体的比较中讨论这个显而易见的问题已没多大必要。

真值函数的永真式，根据数理逻辑的规定，都是命题演算公理系统中的定理或公理，所以确切地说，我们在此讨论的是推理类型与数理逻辑命题演算系统中公理或定理的比较。

一、两类不同意义的符号式

数理逻辑的演算公理、定理是完全符号化、形式化的。形式逻辑在表述推理的形式结构时，也采用了一些符号表示逻辑变项。怎么看待出现在两种体系中的符号式呢？它们难道是完全相同的吗？

有人对此作了肯定的回答，认为两种符号式没有根本的性质区别，完全可以转换。例如

由：

或A或B或C，

非A非B，

所以C。

可得：

$(A \vee B \vee C) \wedge (\neg A \wedge \neg B) \supset C$；

由：

如果p则q，

P，

所以，q。

可得：

$(p \supset q) \wedge p \supset q$.

这样似乎把形式逻辑和数理逻辑统一起来了，并从数理逻辑符号化的角度还可对形式逻辑提出严厉的批评：形式逻辑的符号化是远远不够的，它至多在逻辑变项上采用了符号而没有全面地运用符号……

我们不同意上述观点，它在根本上混淆了两种不同性质的符号式。

数理逻辑公理、定理中的符号式是一个语法演算的概

念，其命题变元是真值函数的自变元，整个符号式表达了特殊的真值函数的关系，此外没有别的意义。例如

例1：

$p \supset p$，

由（$p \vee q \vee r \supset s$）代 p，则原公式可变为：

$(p \vee q \vee r \supset s) \supset (p \wedge q \vee r \supset s)$；

例2：

$(p \supset q) \wedge p \supset q$，

因为（$p \supset q$）等值于（$\neg p \vee q$）或$\neg(p \wedge \neg q)$，所以原公式经过置换可得：

$(\neg p \vee q) \wedge p \supset q$；

或$\neg(p \wedge \neg q) \wedge p \supset q$。

例1是代入的例子，例2是置换的例子。一个重言式经代入仍可得重言式；对于任何一个合式公式(包括重言式)置换后的函数值不变（尽管在形式结构上已发生了变化)。读者可自己用真值表方法验证例1又经代入后的公式和例2经置换后的公式仍都是永真的。由此可见，公理、定理中的一切符号变换，只要保证原公式的函数值就都是有效的。换言之，对于一定的真值函数，以何种形式表示并不是主要的，符号变换就是演算。

但是如果数理逻辑中各类符号还有其他特殊的含义，那么它们在演算中就不能被代入或置换，根本无法进行演算。比如在（$p \supset q$）$\wedge p \supset q$之中，我们假设p和q之间还应具有某种条件联系，那么就不能以别的命题变元（如s）代q而得：（$p \supset s$）$\wedge p \supset s$。因为很难保证p和s也有条件关系。假定p＝天下雨，q＝地湿，s＝（1＋1＝2），显然p只和q有条件联系，p和s毫无联系。（$p \supset q$）$\wedge p \supset q$

也不能被置换。若以（$\neg p \vee q$）置换（$p \supset q$）而得：（$\neg p \vee q$）$\wedge p \supset q$ 我们同样不能保证（$\neg p \vee q$）$\wedge p \supset q$ 与原公式意义完全相同。因为一个选言判断（$\neg p \vee q$）之中必有一真（或是 $\neg p$ 真，或是 q 真），总有一个对象是存在的（或 $\neg p$ 存在，或 q 存在），但是一个假言判断的前后件除了条件联系，并不必规定前件或后件必有一真实的存在。我们假定：

设　p＝永动机是机器；q＝太阳从西边出来。

则（$p \supset q$）（假定它等于假言判断）是真的；（$\neg p \vee q$）则难以确定是真的。q 显然假，如果 $\neg p$（并非永动机是机器）为真，则以断定 p 假为前提，我们在第三章中指出，一个判断的真假只有在真语境系统之中才能被判定。若断定 p 假，则肯定了永动机的客观存在（在简单判断中，主词存在是构成真语境系统的一个因素）。这个肯定（存在永动机）是假的。该判断的真语境系统不成立。“永动机是机器”，“并非永动机是机器”都是不能被诉诸真假的语句，因为负判断的真语境系统有赖于原判断真语境系统的成立。一个仅有两个选言肢（$\neg p \vee q$）的选言判断，一个选言肢（q）是假的，一个是毫无意义无法判定真假的（$\neg p$），难道还能认为该选言判断是真的吗？当然不能。

由此可见，如果真值函数的符号式除了表示函数关系外还有其他的意义，函数的演算就不可能。稍一提高函数式表达意义的复杂性，函数关系就降为次要的地位以至难以存在。数理逻辑的符号式的意义仅仅在于表示了一个类型的真值函数，符号本身是一种语法的概念，没有别的特殊语义。

同数理逻辑不同，形式逻辑推理中的符号式是完全不同的概念，它具有丰富的涵义。

首先，形式逻辑推理类型中以符号表示了逻辑变项，但变项之间不是可任意组合的。各种不同变项的组合要受到形式逻辑要素的制约。例如在假言推理“如果p则q，p，所以q”之中，p和q被要求具有某种条件联系。

其次，形式逻辑推理类型的符号或自身不具有独立性，它只表示了组成推理的判断集合中，前提和结论联结的主要方式和趋向，只有和非符号的关于推理形式的各种要素结合起来，才构成完整的形式逻辑推理类型。我们举复杂的二难推理构成式为例说明这点。

恩格斯在《论权威》一文中，曾对那些反权威主义者作了尖锐的批判:“总之，二者必居其一。或者是反权威主义者自己不知所云，如果是这样，那他只是在散布糊涂观念；或者他们是知道的，如果是这样，那他们就是在背叛无产阶级运动。在这两种情况下，他们都只是为反动派效劳”。① 这段话包含了以下的二难推理：

如果反权威主义者自己不知所云，那么他们只是在散布糊涂观念；

如果反权威主义者知道自己所说的是什么，那么他们就是背叛无产阶级的事业；

反权威主义者或者自己不知所云，或者知道自己所说的是什么；

所以，他们或者只是散布糊涂观念，或者是背叛无产阶级的事业。

从以上的语句中，我们可抽象出一个复杂的二难推理：

① 《马克思恩格斯选集》，第2卷，第554页。

如果p那么r，
如果q那么s，
p或q，

所以，r或s.

这无疑是一个正确的二难推理的复杂构成式。

但是，数理逻辑似乎不满足于此（形式上的不满足），于是有人认为命题演算系统中，以下这条定理就是二难推理的构成式：

$$(p \supset r) \wedge (q \supset s) \wedge (p \vee q) \supset (r \vee s).$$

关于二难推理的大前提是合取还是析取，至今还有争议，其实质也涉及了两门不同学科的性质，这我们下面另外讨论。姑且，我们先承认这条定理是二难推理构成式（复杂构成式）的形式。接下的问题是，它能不能不失真地表达了二难推理的逻辑因素？我们说这是不能的。

我们知道，命题变元p、q等可代入任一具体的内容，从而构成具体的推理。

设：p＝天下雨；
q＝（1＋1＝2）；
r＝地湿；
s＝（2＝1＋1）

则有如下“推理”：

如果天下雨，那么就地湿；
如果1＋1＝2，那么2＝1＋1；
或者天下雨、或者1＋1＝2；

所以，或者地湿，或者2＝1＋1。

该“推理”无可挑剔地符合二难推理的形式结构，但它确实又不是二难推理。问题出在大前提。并不是任何两个假

言判断的组合都可充作二难推理的大前提的。“二难推理是一种特别的有两个假言前提和一个选言前提的推理。当我们考虑事物有两种可能性以及每一种可能性会导致某一后果时，我们常常采取二难推理的形式”。① 二难推理的特别性首先在于组成它的大前提的两个假言前提的特殊联系。形式逻辑要求一个正确的复杂的二难推理，大前提中的有关肢判断必须包含着共同的因素。换言之，尽管大前提的两个假言判断是无一肢判断相同的，但是“在这里要注意这样一点，即在复杂构成式中，两个后件虽不同，但两个后件必须包含着一个共同因素、含义；在复杂破坏式中，两个前件虽不同，但两个前件也必须包含一个共同因素、含义。这个共同因素、含义是概括两个不同的前件或后件得出的共性，这个共性表现在结论中”。② 比如我们在前引举的恩格斯的那段话，两个后件的共同因素就可认为是“破坏无产阶级事业，为反动派效劳”。相反，一切没有“共同因素”的任意两个假言判断的合取，都构成不了二难推理的大前提。即，不能构成二难推理的真语境系统。由此可见，离开了对二难推理的“共同因素”的要求，我们是绝对不能给出正确的二难推理形式的。“共同因素”是用自然语言表述的逻辑因素。

因此，我们可以说，形式逻辑的一个正确的推理式的表述，必须充分而正确地揭示其逻辑因素。这些因素有结构方面的，也有构成结构的前提方面和推论式运用的真语境系统方面的。它们或可为人工语言所刻划，或只能用自然语言来描述，二者都是必要的。

---

① 金岳霖主编：《形式逻辑》第194页。

② 吴家国主编：《〈普通逻辑〉教学参考书》，上海人民出版社1983年版，第180页。

又比如，一个选言推理的形式结构是：

或A或B，	或A或B，
A，	非A，
所以，非B。	所以，B。

它们各是肯定否定式和否定肯定式。但是，以上形构也只是部分地表达了选言推理的逻辑意义。选言推理还要求构成推理的大前提，其选言肢必须穷尽（在否定肯定式中尤其如此），否则就难以得出正确的结论。这一要求也是用自然语言表达的。

总之，形式逻辑的推理类型是该推理全部逻辑要素的综合。对推理类型的表达，形式逻辑只是部分地采用了符号，符号仅表现了其中部分的逻辑因素，因而是不完全的。形式逻辑主要使用的是自然语言，利用自然语言结合一定的符号，就可完整地表达推理类型所具有的逻辑因素。例如一个选言推理的否定肯定式：

或A或B或C，（选言肢穷尽）

非A非B，

所以，C。

它至少有以下几方面的意义：

① A、B、C有一定的意义联系；

② 大前提选言肢穷尽；

③ 推理结构是否定肯定式；

④ 推理的结果是否定A、B而肯定C。

无疑，以上的意义并不能为一个类似的数理逻辑的定理（$(A \vee B \vee C) \wedge (\neg A \wedge -B) \supset C$）所全部揭示。而且，由于形式逻辑的推理类型所具有的复杂因素，它的符号式不具有演算性，在形式逻辑的符号式中，函数关系并不是

主要（远不是唯一）的因素。

二、两类不同根据的符号式

形式逻辑的推理类型有其一定的客观根据。各种推理类型是人们在长期实践认识中形成的“逻辑的格”。所谓客观根据，就是指一定类型正确性的根据。形成逻辑要求对任一正确的推理类型，不仅要知其然，而且还要知其所以然。它要揭示出某一正确的推理类型是对什么样的客观事物间关系的反映，在什么情况下我们可对此有效的运用，在什么情况下又会误用而导致谬误。广义地说，客观根据还表明形式逻辑的推理类型所具有的客观确定性，它的形式结构不能任意置换。例如不能把一个假言推理任意置换成一个选言推理，因为它们反映的是不同的客观事物间的关系或客观事物间的不同的关系。

为了说明问题，在下面，我们想分析一些形式逻辑的演绎推理类型所具有的客观根据。这样做尽管会显得长些，然而对于讨论问题却是非常必要的。

1. 形式逻辑的换质法推理

换质法是这样一种直接推理，它改变原来判断的质但不改变原来的思想。它的前提的主词是 s 而谓词是 p，它的结论的主词仍然是 s 而谓词却是 p 的负概念非 p，并且结论的质不同于前提的质。换质法的规则是：1› 改换前提的质，将肯定改为否定或者将否定改为肯定。2› 将前提的谓词改变它的性质，即将原来是肯定概念改为否定概念，将原来是否定概念改为肯定概念。

换质法的客观可靠性在于：性质判断不仅是对思维对象具有或不具有某种属性的反映，而且还反映了对象的同一与差异。我们在肯定对象具有某种属性时，也就是在反映判断

的对象和具有判断中所说的属性的一切对象之间的同一性，并反映判断的对象和不具有这些属性的一切对象之间的差异性。我们在否定对象具有某个属性时，也就是在反映判断的对象同那些具有在判断中所说的属性的对象之间的差异性和它同一切没有这一属性的对象之间的同一性。正是客观事物与属性之间存在着这种同一与差异的关系，当这种关系反映到判断中来时，就表现为存在于判断主词和谓词的同一与差异的关系。在认识中，有时我们需要强调或明确某事物对象和它所不具有属性之间的差异，而有时，又需要明确某事物对象和它所具有属性的同一，当这种差异或同一在原判断中没直接呈现出来时，就可以根据上面指出的事物关系进行推演转换。因此，它可以适用于任何性质判断，因为任何性质判断都是上述所谓的差异和同一的统一。

换质法有以下四种形式：

① SAP（所有s是p）换质为：SE→ p（所有S不是非p）；

② SEP（所有s不是p）换质为：SA→ p（所有的s是非p）；

③ SIP（有s是p）换质为：SO→ p（有s不是非p）；

④ SOP（有s不是p）换质为：SI→ p（有s是非p）。

2．换位法

换位法是这样一种直接推理，它的前提的主词是s而谓词是p，它的结论的主词是p而谓词是s。换位法改变了原判断的思想对象，通过换位，我们可以得到一个新的判断。

换位法表明了两个判断的素材相同，但判断的主词和谓词的位置不同的两个直言判断之间的依赖关系。正是根据这种依赖性，我们可以根据主词所反映事物对谓词所反映事物

关系的依赖性，断定谓词对主词的同一种依赖性。这里主词和谓词的依赖性归根到底是被反映的客观事物之间的依赖性，因此它们相互依赖的程度也是对事物间某种真实关系的反映。当然，这仅仅涉及两个客观存在的事物之间的关系。例如“所有的青年人都不是老年协会会员”可换位为：“所有的老年协会会员都不是青年人，”但是“所有的机器都不是永动机”则不可换位为“所有的永动机都不是机器”。因为永动机不是客观存在的。在概念讨论时我们谈到，形式逻辑不研究空类（这与数理逻辑不同），要求主谓词反映的事物都客观存在，是正确运用换位法的前提要求。

换位法的推理规则有：

① 结论的质必须和前提的质相同，即依赖性质不变；

② 在前提中不周延的概念在结论中也不得周延，即依赖程度保持不变。

有必要对第二条规则进一步说明：

性质判断的主谓词都是概念，两个概念外延间的关系反映了事物的类之间的关系。两类事物之间的关系一般地具有以下五种关系：

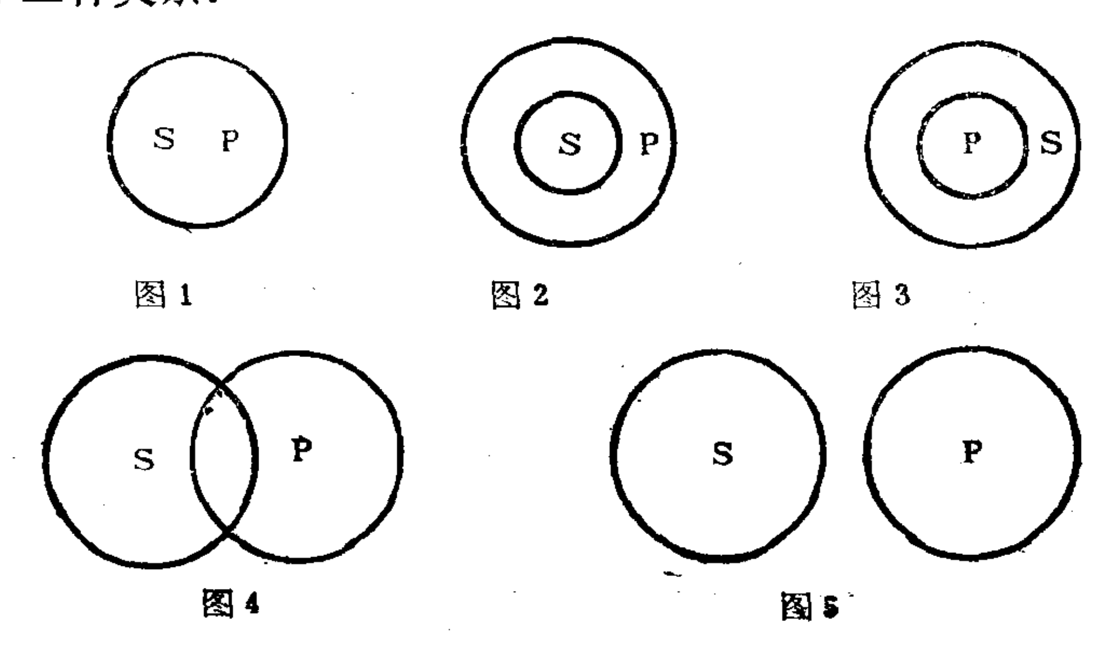


图 1　图 2　图 3　图 4　图 5

图 1 至图 5 分别表为：全同关系（s 外延全同于 p 的外延）、包含于关系（s 的外延全部为 p 的外延所包含，p 的外延大于S的外延）、包含关系（S的外延全部包含p的外延，s 的外延大于 p 的外延）、交叉关系（s 和 p 有且仅有部分外延重合）、全异关系（s 和 p 的外延无任何重合）。

以上关系又可归结为三种情况：

① 谓词的全部外延都包括在主词的外延中，如图 1 、图 3 。

② 谓词的外延只是部分地包括在主词的外延中，如图 2 、图 4 。

③ 谓词的外延和主词的外延不相容，如图 5 。

三种情况表明了依赖性的程度不同。推理规则要求不能任意地改变这种前提中已有的依赖程度。标准是什么？显然地，只能是图示的客观现存的两类事物间的依赖关系。因此我们有以下推导：

SAP 一般可换位为PIS（图 2）；

SEP 可换位为PES（图 5）；

SIP 一般可换位为PIS（图 4）。

我们应注意到，在以上的推导中，我们还没有说明谓词的全部外延都包括在主词的外延中这一情况（图 1 和图 3）。在图 1 、图 3 中，谓词的外延都是周延的。这类形式有：

① 定义形式的判断；

② 主词为单独概念，谓词所表述的属性仅为主词这一特定对象所具有的情况；

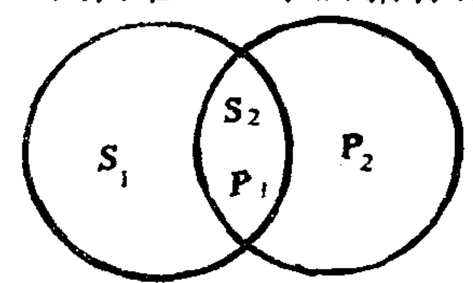
③ 主词为普遍概念，谓词所表述的属性仅为主词所具有的情况；

④ 主词是部分被断定的普遍概念，谓词所表述的属性

仅为主词所具有。

因此，作为谓词在以上的情况中都是周延的。由这种谓词构成的SAP或SIP 换位后应为 PAS。它不与规则②矛盾，也符合事实类型。即不是对某一个事实的断定，而是对某类客观事物关系的一般反映。

能否以为根据图 4 的情况，可由SOP换位为 POS 呢？不能！因为在SOP中所指称的是S_1和P_1、P_2的关系（见下图），



而换成POS则是指P_2与S_1、S_2的关系。显然周延关系全变了，对象也变了。由SOP到POS 不合规则 2 ，也不合事实类型。

以上分析表明，在换位法推理中，形式逻辑揭示出推理类型的客观基础并根据它得出相应的推理规则是多么重要，否则在我们的日常思维中是难以运用的。尽管数理逻辑或许可以刻划其中一些形式结构，但它不能通过对形式逻辑推理因素的全面把握而有对规则 2 的正确理解，也不能反映主谓词所指谓的事物的客观存在的问题，因此换位法推理不能在数理逻辑中得到准确和彻底的表述。

3．以逻辑方阵中的判断关系为根据的推理

我们已经指出，判断间关系反映了事物间的关系，因此揭示这种关系也就是揭示了运用这一关系进行推演的客观根据和适用范围。

逻辑方阵是表现同一素材判断间的关系的。它们是矛盾关系，反对关系、下反对关系和从属关系。

利用矛盾关系的推理是直接建立在矛盾律和排中律的基础上的，矛盾律和排中律都有其客观基础。矛盾律指出，两个相矛盾的思想，总有一个是不真的，即由SAP真可推SOP假，由

SEP真可推SIP假，反之亦然。排中律指出，两个相矛盾的思想，总有一个是真的，如果我们已知其中一个判断为假，那么它的矛盾判断就为真。即由SAP假可推SOP真，由SEP假可推SIP真。总之，利用矛盾律（它适用于矛盾关系和反对关系）我们可由真推假，利用排中律（它适用于矛盾关系）我们可由假推真。

从属关系的推理反映的是事物的全体与部分的关系，或者说，事物的类整体所具有的性质必为其中分子所具有（由SAP可得SIP，同理由SEP可得SOP），类的分子所不具有的，必不为类的整体所具有（由SIP假可推出SAP假，由SOP假可推出SEP假）。

利用下反对关系推理的正确性可由矛盾关系和从属关系得到证明。如果SIP假，则SEP真（矛盾关系）。如果SEP真，则SOP真（利用从属关系由SEP而得）。故利用下反对关系可由SIP假推出SOP真，但却不能由真推假。因此SIP真，虽SEP假，然未必SOP假，整体不具有的（即不是每一个分子都具有的）可以为其中的一些分子所具有。

利用上反对关系（SAP与SEP之间的关系）的推论可从矛盾律得到证明。由SAP真可推出SEP假，由SEP真可推出SAP假。

总之，可由矛盾律、排中律和事物间的属种关系等来证明根据逻辑方阵中的判断间关系推演的正确性，逻辑规律是有其客观基础的。

4．直言三段论式

直言三段论是最早为形式逻辑所研究的推理形式。

直言三段论方法的正确性在于它的公理所具有的客观性。心理具有不证自明的性质，它的正确性是由人们的亿万次实践来验证的。三段论的公理是关于事物类的全体和该类

的分子的关系，即类的全体所具有的（该类任一个分子都具有）必为其特定的分子所具有；类的任一个分子都不具有的亦必为其特定的分子所不具有。三段论公理的正确性已为人们的实践所证实。三段论的规则保证了推论中不与公理相违背。因此，人们可以运用三段论推理处理思维中所涉及的类和分子的关系。

在直言三段论中，三段论的规则尤其受到人们的重视，规则的表述是自然语言的，它从自然语言角度保证了三段论公理的正确运用。

举例来说：

第一条规则要求，一个正确的三段论必须（也只能）由三个判断，三个名词构成，不能多也不能少。这就是一个一般的语义规定。三个判断不等于三个语句，由三个判断的确定需要一定的知识背景，规则只是对此提出了一般的要求。同样，要求有三个名词来构成不等于由三个语词来构成，因有一词多义现象的存在（如“物质是永恒不灭的”和“钢铁是物质”，“物质”有两种不同意义的使用）对这一要求也须作语义的理解。由此可见，三段论规则不仅是关于形式本身的，亦是关于如何运用三段论形式的。它内中包含了和概念、判断等一系列思维形式的联系，紧密地联系着思维实际，是关于正确进行推理的规范。三段论的其他规则也具有同样的性质。

直言三段论有四个格，它们在认识中有各自不同的作用。比如三段论的第一格是演绎推理的典型格，它典型地表现了演绎推理从一般到特殊的关系。其认识意义在于，它把特殊的事物确定在一类较广大外延的事物概念之下，然后再根据这较广大外延的一类事物概念的一般特性来解决特殊问题。其余各格在认识中也都有特殊的意义。

5．选言推理

选言推理是大前提为选言判断的推理。选言判断断定了在几个事物情况之中至少有一个事物情况（在不相容选言判断中则断定当且仅当有一种事物情况）存在的判断。选言推理则要从前提中明确揭示出它所肯定的或否定的情况，因此在认识中有特殊的作用。

形式逻辑对选言推理的研究不仅要揭示它的客观基础，认识作用及一般的推理规则，而且同样也涉及了前提真实性的要求。大前提中的选言肢应当穷尽一切可能情况，这是一个正确的选言推理得以成立的必要条件。只有大前提的选言肢穷尽了一切可能的情况，我们才可判定推理的形式是否有效，间接地说，它也是选言推理规则正确运用的前提。一个大前提选言肢不穷尽的选言推理（对否定肯定式尤其如此）或者无法判定其推理形式的有效性，或者所进行的推理是违反推理规则的。

其它如假言推理等也都有自己的客观基础（因为我们在前面已对假言判断和假言推理有较多的论述，这里就不重复了）。总之，形式逻辑对于任一推理形式都必然要指出它们正确性的客观根据和所适用的认识范围。形式逻辑在推理形式研究中的这些基本特点以及所包含的丰富内容，凝结着人们关于推理形式正确运用的智慧，为数学的形式化方法所不能取代。

数理逻辑两个演算表现的真值函数（或命题函数）从根本上说也是反映了客观存在的一种联系。但如果针对思维形式来说，首先它没有推理类型所具有的丰富的逻辑规定。其次，相对于一个特定的函数值来说，它的表现形式（即形式结构）可以有无数多，在构造上，甚至完全可由我们的兴趣决定。例如：

$\vdash (p\supset q)\vee p\supset q$

可以通过等值置换而得：

① $\vdash (\neg p\vee q)\wedge p\supset q$

② $\vdash \neg(p\wedge\neg q)\wedge p\supset q$

③ $\vdash \neg(p\wedge\neg q)\vee\neg p)\supset q$

④ $\vdash ((p\wedge\neg q)\vee\neg p)\vee q$

……

也可以通过代入（重言式经代入后仍是重言式）而得：

① $\vdash ((p\vee\neg p)\supset q)\wedge(p\wedge p\neg p)\supset q$

〔以 $(p\vee\neg p)$ 代 p〕

② $\vdash ((p\wedge\neg p)\supset q)\wedge(p\wedge\neg p)\supset q$

〔以 $(p\wedge\neg p)$ 代 p〕

③ $\vdash (p\supset(p\supset\neg q))\wedge p\supset(p\supset\neg q)$

〔以 $(p\supset\neg q)$ 代 q〕

……

也可以通过附加的方法而得：

① $\vdash p\vee((p\supset q)\wedge p)\supset p\vee q$

② $\vdash (p\vee q)\vee((p\supset q)\wedge p)\supset(p\vee q)\vee q$

……

用以上等方法，我们还可以再继续构造下去。

于是便产生了这样的情况，一个重言的真值函数无论它的表现形式简繁如何，在性质上始终不变。但是如果要把这种函数的表达式作为推理类型看待就麻烦了。因为形式逻辑表现一定前提和结论关系的形构有确定性，不同的形构有不同的性质。例如

例 1：

$\vdash (p\supset q)\wedge p\supset q$；

例2：

$\vdash p \vee ((p \supset q) \wedge p) \supset p \vee q$.

假定称蕴含的前件为前提，后件为结论，那么例1的前提主要是联言而例2的前提主要是选言，它们分别要遵循不同的规则（如选言前提就有选言肢是否穷尽的问题），彼此不是同一个推理的模构。

我们也可从归纳的角度讨论真值函数和它的表现形式的关系。

数理逻辑的真值系统是一个公理系统，一个公理系统之成立有三个重要条件：

一是它的无矛盾性。整个公理系统必须是一致的，不存在这种情况：既能从该系统中推出A，又能推出非A，而A和非A都是该系统的定理。

二是它的独立性。作为该系统的公理相互独立，不能互相推出。例如，假设某系统有三条公理：

① $\vdash p \supset p$,

② $\vdash (p \supset q) \supset (p \supset q)$,

③ $\vdash (p \vee q) \supset (q \vee p)$。

在独立性的分析中，我们把定义置换规则除外，仅应用分离规则和代入规则。显然，公理3相对于公理1是独立的，而公理2则不是独立的。因为从公理1完全可通过代入离（以$(p \supset q)$代p）而得到公理2，我们却不能运用代入或分规则（由$\vdash A$，和$\vdash A \supset B$，可得B）从公理1得到公理3，反之亦然。一般说来，作为公理系统的公理应该是相互独立的。

三是公理系统的完全性。完全性是公理系统的一个重要条件，它要求从该系统给定的公理出发，能推出一切属于该

系统的真命题，否则就是不完全的。

对于公理系统前两个特性，我们暂且不在此讨论，我们的问题主要和完全性有关。

1930年，哥德尔给出了两个演算的彻底的完全性定理（在此之前，post 已证明了命题演算的完全性）："在相同的一阶谓词逻辑中的$\vdash$ A命题式，总是谓词逻辑中的正确命题式，反之亦然。A若是谓词逻辑中的正确命题式，一定有一个相同的一阶谓词逻辑，那就是$\vdash$ A"。① 通俗地说，完全性定理证明了任何一个重言式必都是命题演算中的定理，反之，从命题演算给定的几条公理出发，我们可以推出一切重言式。根据完全性定理，可是我们就能得到如下结果：可以把无穷多的重言式表达式都归约为该真值公理系统仅有的几条公理（公理是彼此独立的），例如，根据我们在第一章举示的公理系统，所有的重言式都可以归约为下列四条公理：

公理1：$\vdash (p \vee p) \supset p$；

公理2：$\vdash p \supset (p \wedge q)$；

公理3：$\vdash (p \vee q) \supset (q \vee p)$；

公理4：$\vdash (q \supset r) \supset ((p \vee p) \supset (p \vee r))$.

公理系统中的其他一系列定理都是以上四条公理的推演。整个真值函数系统就是这么些类型（当然，在不同的公理系统中，作为出发点的公理可有不同，但总是极其有限的）。这样问题就明白了，根据构造的原则，一系列的重言式可作如上的归约，它们的性质是相同的。但是一系列的形式逻辑的推理类型是否也能归约为几个推理类型呢？显然是不能的。各不同的推理类型都各有不同的客观根据，其形构有

① 〔日〕末木刚博 等著：《现代逻辑学问题》，中国人民大学出版社1983年7月第一版，第71页。

确定性，不具有数学意义上的归约的性质。

以上，我们讨论了真值函数与它的表现形式关系中特有的“两极”现象：相对于特定的真值函数，它的表现形式可以是无限多，但也可以绝对地少到只有几条公理。这一现象正好说明，命题演算（谓词演算也一样）核心和根本的内容是特定的函数关系，具体的形构不是它的本质，形构表现了一定的函数意义。形构（或符号式）的构成和演算表面看是依于一定的形成规则和推演规定，但其根据在本质上还是函数的（在不同的公理系统中，形成规则和演算规则可有不同，但可保持共同的函数意义）。形式逻辑的符号式则不然。函数关系不是推理类型的本质，函数表达式更不是推理类型的形构，它们的性质不同，形成的根据不同，是不能混为一谈的。

第三节　推理的结构与演算的结构

形式逻辑的推理类型与数理逻辑的形式定理根本不同。前者具有丰富的逻辑意义而后者仅是关于函数演算的，前者的形式结构因有不同的客观根据具有确定性而后者除了表示确定的函数关系外，在表现形式上可以是多样的。这是讲的本质的区别。

但是也有人认为，无论如何，至少在结构形式的表现上，两者还是相同的，可以互相表现，或者说数理逻辑可表达形式逻辑全部的形式结构。事实果然是这样吗？不是的。我们可对此作一认真的讨论。问题既已提出了，回答也就是当然的了。

一、推理的结构并非都表现为演算的结构

形式逻辑推理的形式结构表现了形式逻辑推理的规律，但事实上它并不都可成为数理逻辑的公理系统内的公理或定理。

我们先看直接推理。

附性法推理类型：附性法推理是这么一种直接推理，它的前提是"所有S都是P"，结论是"所有Q_s都是Q_p"。例如，由"共产党是无产阶级的先锋队"推出"中国共产党是中国无产阶级的先锋队"。附性法推理是现实中经常被运用的一种推理形式，它对构成推理的各因素有明确的意义要求。"附性法要求，结论的主项上所附加的那个性质与谓项（即我们所说的谓词，引文中的主项即我们所说的主词——引者注）上所附加的那个性质是同一的，或者说，结论的主项上所附加的那个概念与谓项上所附加的那个概念是同一的。如果在结论的主项与谓项上分别附加的那两个性质或概念不是同一的，那么这样的推理就不是一个正确的推理"。① 附性法推理所要求的概念同一，是一个严格的语义的要求，又仅指的是语词同一。"这里我们要特别注意语词与概念的区别。有时附加在主项与谓项上的语词是同一的，但是，它们所表示的概念却可以是不同的"。② 显然，附性法推理是不能表现为数理逻辑公理系统中的公理或定理的。构成公理或定理的符号是语法性质的，没有特殊的语义要求。但是，附性法推理中的符号Q_s、Q_p却主要指的是性质，概念的同一。由"蚂蚁是动物"推出"大蚂蚁是大动物"，Q的表现形式没变，但是该推理却是错误的，Q与

① 金岳霖：《形式逻辑》，人民出版社1979年版，第152页。

② 同上，第152－153页。

s、p的不同组合中性质不一。

换位法推理：换位法推理也不能表现为数理逻辑公理系统中的公理或定理。因为它要求换位所得判断的主词所代表的事物必须是存在的，即不能由"所有的机器不是永动机"换位而得："所有永动机不是机器"，因为永动机不存在。此外，换位法要求换位后周延一致，原来周延的概念换位后要周延，因此在特殊情况下，肯定判断换位仍可得全称肯定判断，这一要求也不能在"两个演算"中得到体现。

依判断的对当关系中的从属关系，上反对关系、下反对关系的推理：这些推理在"两个演算"也没有相应的表达式。以上推理之能成立，是建立在判断主词所指称的事物存在（以下简称主词存在）的基础上的。如果我们不断定主词存在（在数理逻辑中是如此），则A、E、I、O四种判断间的关系将大不一样。例如：

所有仙女是美丽的（SAP）；

所有仙女不是美丽的（SEP）；

有些仙女是美丽的（SIP）；

有些仙女不是美丽的（SOP）。

原对当关系的从属关系将不再成立。SAP可以是真的，原句可理解为条件断定（或是一种蕴含关系）：$\forall_x$（x是仙女$\supset$x是美丽的）。正如"如果某人犯了罪，就要受罚"一样，"某人"可以没犯罪，但该判断是真的。在数理逻辑中，对命题的理解方式是唯一的，不区别简单命题与复合命题，所有的命题及命题形式都可由命题联结词加上命题变元等构成。[①] 在这种统一的理解中，一个全称命题可以看成是一个

① 参见〔日〕末木刚博等著：《逻辑学——知识的基础》中国人民大学出版社1984年版，第五章。

蕴涵式，既然该蕴涵式的前件假（没有仙女），那么整个蕴涵式的值就是真的。但是，SIP就是假的。它可理解为：$\exists_x$（x 是仙女∧x 是美丽的），因为不存在仙女，所以其中的一个联言肢必假，整个公式是假的。由SAP真推不出SIP真，反之，由SIP假也推不出SAP假。这种分析同样也适合于SEP与SOP的关系。

原对当关系的反对关系也不成立。因为如将全称命题理解为蕴涵式，蕴涵的前件必假，所以公式$\forall_x$（x 是仙女⊃X是美丽的）与公式$\forall_x$（x 是仙女⊃x 不是美丽的）都是真的，即SAP与SEP可以同真。

原对当关系的小反对关系也不成立。SIP和SOP 都断定至少有一个s存在，实际上根本没有s存在（仙女不存在），所以，原对当关系中的不能同假的小反对关系在此却是同假的。

由于以上关系之不成立（在数理逻辑之中），相应地，以这些关系为根据的推理类型必然也不能在数理逻辑的公理或定理中得到表达。

直接推理是如此，复合推理也是如此。

复合三段论的带证式。带证式的两个前提是需要加以证明的。在现实思维中，这种证明可以是演绎的，也可以是归纳的，是在一个大的演绎推理系统内包含了较小的演绎或归纳推理。这种正确的复杂形式不能在"两个演算"中得到表述。

假言三段论的必要条件假言推理。它有两种形式：

① 否定前件式：

只有 p 才 q；

非 p，

所以，非 q。

② 肯定后件式：

只有 p 才 q，

q，
$\overline{\qquad\qquad\qquad}$
所以，p。

以上形式在“两个演算”中得不到直接的体现。

选言三段论的以不相容选言判断为大前提的肯定否定式也不能在两个演算中得到体现。

诸如此类，还可以举出其他的例子。总之许多的推理形式是没有与之相对应的数理逻辑中的公理或定理的形构，它们不能为数理逻辑所正确表述。我们认为其原因在于：

首先，形式逻辑的推理和数理逻辑的两个演算，二者所处理的前提是不同的。粗略地说，在于对概念和判断的不同研究和理解。概念和判断是推理的基础和前提。

我们已经指出，形式逻辑对概念的研究为数理逻辑不能取代，有许多是数理逻辑所包含不了的。如相对概念的问题，如内涵和外延的反变关系（在某种程度上，它们和附性法推理有关），相反，集合论讨论的空类等又是形式逻辑在概念中所不研究的（它和能否进行换位法推理有联系）。

在判断中，直言判断的主词存在问题，不相容的选言判断，主谓词概念的周延问题等等也是数理逻辑所不研究的。另一方面，推理表现为判断的运动，逻辑寻求有效推理的方式，其实也就是在寻求判断与判断之间的恰当的联系方式，而各种类型的判断早已是客观存在的了。数理逻辑的演算表现为命题之间的联系，命题和命题形式被构造出来，其形成规则可以是人为约定的，于不同的系统而言有任意性。

二者前提的不同使推理形式和演算形式有很大的不同。形式逻辑的许多概念，判断形式既然不为数理逻辑所包含，以这些概念、判断形式为前提的推理形式也必然地不可能在数理逻辑的形式公式中得到体现，或不可能直

接得到体现。

其次，形式逻辑要全面地研究推理形式中所具有的逻辑因素。我们在前面的论述中已经指出，这些逻辑因素并不是完全的“数学的形式方法”所能表达的。在形式逻辑的长期发展中，一直采用了以自然语言表述为主，兼取人工符号之长的特点，它的许多重要的逻辑特征是以自然语言来表达的。至于推理的形式结构，形式逻辑虽然给出了一系列的符号示意式，但与其说是一个正确推理的形式，倒毋宁看作是帮助正确说明推理过程的模式。一种模式只是表示了一种推导过程和结果，但是它没有包括该类推理的全部逻辑因素，因此是不能被孤立地加以认识的，它的许多重要的甚至是主要的逻辑因素的阐明皆有赖于自然语言，它是不能被孤立地加以认识的。数理逻辑演算系统中的公理和定理，其形构完全可作语法（语构）的理解，形式逻辑的推理形式既是关于语构的，更是关于语义的，具有丰富得多的规定性。例如，附性法推理的模式是：“从所有的S是P可得所有的Q_S是Q_P”，它的主要逻辑含义皆为自然语言所阐述。仅仅凭模式我们实难确定该推理的逻辑特征，也不能在数理逻辑中用定理的形式来加以表述。又如，“由SEP可得PES”，这是换位法的一种模式。该推理的成立，还受P的存在的限制。形式逻辑在自然语言中已阐述了这个因素，然而由于该因素不能被形式化，我们也就不能给出与换位法相应的公理系统内的形式定理。

形式逻辑的推理模式与数理逻辑的演算定理有质的不同，这在每一个具体的形式比较中都显示出来。比如，三段论的四个格都可谓四种不同的模式，它们表现了判断等因素在组合上的不同：

第一格	第二格	第三格	第四格
M—P	P—M	M—P	P—M
＼	|	|	／
S—M	S—M	M—S	M—S
S—P	S—P	S—P	S—P

仅凭以上的构架是很难说数理逻辑里有什么公理、定理与之相对应的。四个格还需要具体化为一系列具体的式。例如第一格共有四个有效式：AAA、EAE、AII、EIO。但是我们难道能够说，以下的四条定理就是表述了形式逻辑中直言三段论的第一格的四个式吗？

① $\vdash \forall_x(M_x \supset P_x) \wedge \forall_x(S_x \supset M_x) \supset \forall_x(S_x \supset P_x)$；

② $\vdash \forall_x(M_x \supset P_x) \wedge \exists_x(S_x \wedge M_x) \supset \exists_x(S_x \wedge \neg P_x)$；

③ $\vdash \forall_x(M_x \supset P_x) \wedge \exists_x(S_x \wedge M_x) \supset \exists_x(S_x \wedge P_x)$；

④ $\vdash \forall_x(M_x \supset \neg P_x) \wedge \forall_x(S_x \supset M_x) \supset \forall_x(S_x \supset \neg P_x)$。

不能。第一，形式逻辑的三段论有个重要的“主词存在”的问题。“一些过分崇奉狭谓词的效能的人企图用$\forall_x(S_x \supset P_x)$来‘归化’传统的SAP，想把‘S——完全称命题即真’这种对逻辑科学来说是十分离奇的主张硬塞给形式逻辑，并以这种‘空虚地满足’来解决‘主词存在’问题，形式逻辑是并未认可的。”① 第二，SAP和$\forall_x(S_x \supset P_x)$的语义完全不同。“前者指的是‘个体x是S是个体x是P的充分条件’，而后者指的是（实事求是而不故弄玄虚）‘对于每一个体x，至少是x不是S或x是P这二者之一’。正由于这二者的语义天差地别，举例来说，‘所有不受外力作用的物体都是受外力作用的’对于传统逻辑（即形式逻辑——引者注）来说，这

① 林邦谨：《形式逻辑和数理逻辑是两门不同的学科》，《社会科学战线》1985年第一期。

个命题具体具有$\neg PAP$形，是自相矛盾的，因而是不可满足的（这种理论分析完全符合普通逻辑的（即形式逻辑——引者注）思考实际）。可是一经归化到狭谓词演算，这便成了具有$\forall_x(\neg P_x \supset P_x)$形，鉴于$\neg P_x$（物体X的不受外力作用）是不可真（即常取值假）的个体——真值函数（由于任何物体都受外力作用），于是$\neg P_x \supset P_x$（物体x不是不受外力作用或物体X受外力作用至少有一为真），作为复合的个体——真值函数便常取值真（始终'空虚地满足'），因此，$\forall_x(\neg P_x \supset P_x)$竟然是个真实的全称命题（这便完全不符合普通逻辑思考实际）"。①

总之，形式逻辑关于推理的模式与数理逻辑演算系统中的定理是不同的。推理模式只是表示了推理形式中的一部分逻辑因素，因而不能孤立存在。而当某类推理的主要逻辑因素甚至都未在该推理的模式中表现出来时，它就完全不可能具有与之对称的，在函数关系方面有相似意义的数理逻辑的两个演算中的定理。

为了进一步说明以上情由，下面我们还想再讨论一个特殊的推理类型——二难推理和它的形式结构。二难推理是形式逻辑特有的推理类型。

二难推理类型的复杂的构成真语境系统的逻辑因素：

二难推理是由两个假言前提和一个选言前提所构成的推理，它有四种形式：简单的构成式、简单的破坏式、复杂的构成式和复杂的破坏式。二难推理在论辩时经常用到，辩论者的一方说出具有两种可能的大前提，对方不论肯定或否定其中的哪一种可能，结果都会陷入进退维谷，左右为难的境地。但是如果仅从形式结构本身，我们却不能得到这种规定。

① 林邦谨：《形式逻辑和逻辑数理是两门不同的学科》，《社会科学战线》1985年第一期。

例1：

如果1 + 1 = 2，那么雪是白的；如果并非1 + 1 = 2，那么雪是白的。

或者1 + 1 = 2，或者并非1 + 1 = 2。

总之，雪是白的。

例2：

如果加强身体锻练，就可增强体质；如果认真学习，就能学好功课。

或者加强身体锻练，或者认真学习。

总之，或者可增强体质，或者能学好功课。

从形式上说，例1是简单构成式，例2是复杂构成式，但是无论是例1还是例2都未见有何难之有。例1中，构成假言前提的前件和后件都没有条件联系，照判断的真语境系统的要求只是毫无意义的语句，所以例1在实质上不是二难推理。例2中，虽有两个假言判断构成大前提，但两个假言前提之间没有共同因素（参见本章第二节），也没有令人左右为难——二难的结果。对构成二难推理的前提因素必须有严格的语义规定：首先，二难推理的大前提必须由真确的假言判断构成。其次，这两个假言判断的后件（在破坏式中是前件）要么是相同的，要么都具有共同的因素（在复杂式中），绝不能毫无关联。两个假言判断的前件（在破坏式中是后件）必须不同，在简单式中则是矛盾的。如此，方准备了"二难"的条件——真语境系统的逻辑因素。

二难推理类型的形式结构的特殊性：

任何一类推理的形式结构都各有不同的特点，总能找到它的客观根据，二难推理亦如此。但是，这里所说的特殊性则与真值形式有关。

构成二难大前提的两个假言判断之间是什么关系？是选言还是联言？学术界是有不同的看法。其核心是关于推理的整体形构的。

"联言"者执数理逻辑的重言式为准则，认为正确的推理式必定"重言"，不"重言"的必不是正确的推理式。于是有以下断定：若大前提总体为联言，则可得一重言式（以简单构成式为例则$\vdash ((p \supset q) \wedge (-p \supset q)) \wedge (p \vee -p) \supset q$；若大前提总体为选言，必定不是永真式（同例可得：$((p \supset q) \vee (-p \supset q)) \wedge (p \vee \neg p) \supset q)$。结论可由真值表判定。

$((p \supset q) \wedge (-p \supset q)) \wedge (p \vee \neg p) \supset q$的真值表：

p	q	$\neg p$	$p \supset q$	$\neg p \supset q$	$p \vee \supset p$	A	B
真	真	假	真	真	真	真	真
真	假	假	假	真	真	假	真
假	真	真	真	真	真	真	真
假	假	真	真	假	真	假	真

注：$A = ((p \supset q) \wedge (-p \supset q)) \wedge (p \vee -p)$

$B = ((p \supset q) \wedge (-p \supset q)) \wedge (p \vee -p) \supset q$

由真值表也可判定$((p \supset q) \vee (-p \supset q)) \wedge (p \vee -p \supset q$之为非重言式，当p值为真而q为假时，整个公式就是假的。

"联言"者的方法和结论是错误的。但这个错误深刻触及了问题的实质，有必要加以分析。

首先，从假言判断所表示的条件关系来说，其前件（p）与后件（q）之间的关系可有如下四种可能的情况：

如果p，则q；

如果p，则非q；

如果非p，则q；

如果非p，则非q。

一个确定了的p、q之间的条件关系只能是以上四种情况之一，而不能同时占有几种。因此，如果说p或非p确定地和q有条件关系，那么或者是"如果p则q"，或者是"如果非p则q"。二者之中，最多只能有一种是正确的。换言之，"如果p则q"与"如果非p则q"这两个判断，倘共同构成一个判断，那么它们之间的关系只能是选言而不是联言。二者以选言形式构成的判断无疑是真的（即："如果p则q，或者如果非p则q"真），相反，如果是以联言形式构成两者，必定会导致矛盾。我们作如下推导：

① 如果p则q并且如果非p则q；〔前提〕

② 如果p则q；〔①据联言推理分离式而得〕

③ 如果非q则非p；〔②假言易位〕

④ 非q；〔前提引入〕

⑤ 非p；〔③、④假言三段论肯定前件式〕

⑥ 如果非p则q；〔①据联言推理分离式而得〕

⑦ q；〔⑤、⑥假言三段论肯定前件式〕

⑧ 如果非q则q。〔据条件证明规则而得〕①

行⑧是结论。它清楚地表明：对q的肯定必定要以对q的否定为前提，否定q的结果却必定可得q（在以上的前提集合中）。结论所暴露的荒谬性即使在直观上也极其明显了。

---

① 条件证明规则总的思想是，我们可有条件地引入前提A，把它跟原来的前提一起组成合取式，用来推出结论B，则我们说如果A则B只是从原来的前提中得来的。参见〔美〕苏佩斯：《逻辑导论》第34页。

毫无疑问，"如果p则q并且如果非p则q"是一个假前提，是不能以它来进行正确的二难推理的。

其次，从二难的特点看，联言的大前提（以联言的形式连接两个假言判断）根本不能表现"二难"的基本特征。联言判断的真在于各联言肢都真，从$A \wedge B$，我们既能必然地得到A，也必然地得到B，联言判断不表现丝毫的选择性（二难的特点在于迫使对方作出选择，即，可否定其中的一个假言判断，但无论作何选择，最后都陷入困境）既无选择，何难之有？须知"二难"之难，本意就是让对方感到选择时的为难，有选择是"二难"成立的前提。而且选择只能在大前提中进行。二难的小前提看似选言，其实无任意的选择性，用哪个选言肢早已由规则给定了。举简单构成式为例，如果大前提选"如果p则q"，小前提中必取p而决不允许选非p(只有p方可构成构成式)假言推理的肯定前件式))；如果大前提选"如果非p则q"，小前提必定取非p，道理同上。小前提的选用依大前提而定。因此，联言的大前提还带来的后果是，因它的各联言肢都被断定，相应地，小前提也必定都被断定：p并且非p，小前提矛盾。

如果一个推理的大前提错误，小前提矛盾，怎么可能得出正确的结论呢？况且它并没有表现出丝毫的"二难"特征，怎么又能称之为正确的二难推理式呢？真是太难为它了。

所以说，二难推理的大前提总体为联言的观点是错误的。方法也是错误的，我们讨论的是一种推理类型的形构，不是形式系统中的命题或命题形式，彼此之间或有某些联系，但方法决不雷同。

二难推理的大前提只能是由两个假言判断构成的选言判

断。

第一，这样的大前提在形式结构上是正确的。若以符号表为 $(p\supset q)\vee(\neg p\supset q)$，以真值表方法也可证明它的重言的性质。

第二，而对这样的大前提，辩论对方有选择性。可否定其中的一个选言肢，但不能全部否定，必须二者择一。符号的推演也可证明：$\neg(p\supset q)\supset(\neg p\supset q)$ 和 $\neg(\neg p\supset q)\supset(p\supset q)$。

以上构成了二难推理的出发点，这个出发点是正确的。

第三，形式逻辑的二难推理式不等同于二难推理的过程。推理式只是对推理的因素，推理过程的方向、结果的表述，它可不描绘过程的每一步骤。仍以简单构成式为例，它的推理模式是：

如果p则q，或者如果非p则q，

p或非p，

所以，q。

模式提供了以下因素：

① 可供选择而且必选其一的大前提。

② 推理过程的性质（构成式——假言推理的肯定前件式）。

③ 保证肯定式成立的小前提（p或非p）。

④ 推理的结果：q。

有以上因素，就可讨论具体的推理过程了。

辩论对方在大前提中必择其一，但究竟择取哪一个选言肢，则完全由他主观决定。

先假定他选择了“如果p则q”，那么就有以下推理：

如果p则q。（主观选定的前提）。

p　（取定小前提中的选言肢。它根据推理过程的性质而被客观地取定。由此可看到名为选言结构的小前提实际上只负责提供一个在推理中必然被采用的前提，而不是供人任意选择的。）

q　（结果，据推理规则得出。）

我们再假定辩论对方选择了另一个选言肢，“如果非p则q”，根据同样道理可得如下过程：

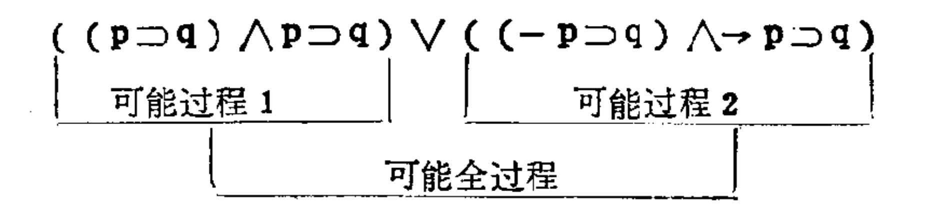
如果非p则q（选定的前提）

非p　（被必然确定的前提）

q　（结果）

由此可见，辩论对方必须在大前提中作出选择，却都推出相同的结果，真可谓“二难”。

我们可将两次选择的全过程综合起来。因为辩论对方不能同时选取大前提的所有选言肢，只占有全可能过程的部分过程，所以全过程的联结方式也只能是选言的。为了方便、明了、我们借用符号表示为：



以上是充分展开的二难推理过程，过程本身无疑是严谨的，有兴趣的读者可用真值表验证它的重言性质。我们看到，实际推导的每一步都具有逻辑的必然性，极其通畅，根本没有什么自相矛盾的地方。道理很简单，“二难”原本是针对辩论对方的，选择中的“进退维谷”恰以推导过程所具有的必然性为根据，这是对话的前提。

以上我们分析了二难推理的形式结构，由于它不能简单

任意地表为数理逻辑形式系统中的重言式，二难推理所具有的逻辑特性，结构等是不能在数理逻辑中得到表述的。这更证实了我们前面的结论。

总之，推理模式是形式逻辑所特有的表达式。它不等同于推理过程，而是集中地揭示了某类型推理的特征，因素和结果（愈复杂的推理模式愈如此)。它本身未必是函数式，许多因素也无法函数化。相反，一个具体的推理过程或可进行函数的分析，但特定的过程却又未必显示了整个推理类型的特征（不仅二难推理是如此，如三段论的带证式也是如此，可能在这个具体过程中对前提的证明也是运用了三段论，但是另一具体过程中用的却是其他的推理形式，如附性法的形式，归纳的形式等等)。形式逻辑的推理形式有仅为形式逻辑所特有的方面，它不可能完全归化为数理逻辑的真值函数式或命题函数式。正确的推理形式是从千千万万人的实践中总结出来并不断被验证的。随着实践的深化，必然有新的推理形式的产生和不断为形式逻辑所研究，这方面，形式逻辑是有远大的前景的。

二、演算的结构并非都是推理的结构

数理逻辑的公理和定理表达的是函数演算式。数理逻辑的“两个演算”的公理或是重言式，或是普遍满足的。根据演算规则，可保证从重言式或普遍有效式推出重言式或普遍有效式，所推出的称之为形式系统内的定理。因此只要考察公理所具有的性质，也就可了解定理的性质。我们举第一章所引进的命题逻辑的公理系统为例：

在所引用的系统中，命题逻辑的公理有四条：

① $\vdash((p \vee p) \supset p)$；

② $\vdash (p \supset (p \vee q))$;

③ $\vdash ((p \vee q) \supset (q \vee p))$;

④ $\vdash (q \supset r) \supset ((p \vee q) \supset (p \vee r))$。

四条公理都是重言式。重言式据其本来含义是同义反复。公理较直观地显现了这一点。因此，由公理推出的一系列定理也具有同义反复的性质。如：

$\vdash p \supset p$;

$\vdash p \wedge q \supset q \wedge p$;

$\vdash p \equiv p$;

……

它们是数理逻辑的公式，然而却不是正确的推理形式。同义反复在形式逻辑中是不能允许的。因为它不能反映由前提到结论所体现出的思维从一般到特殊的行程，不具有演绎推理的客观性、不能推出新知，所以任一逻辑教科书都坚持论证不可循环性，否则就是无意义的。这是就演算的结构的一般意义说的。

具体地，如果说同义反复勉强还算是可以从前提推出一个无意义的结论，那么，以下的一些定理的结构则和形式逻辑的推理的结构大相径庭了：

① $\vdash (p \supset (q \supset r)) \supset (q \supset (p \supset r))$。

该定理的逻辑语义为：

如果，若p、则如果q则r，那么，若q则、如果p则r。

在$p \supset (q \supset r)$中，p是$(q \supset r)$的充分条件；在$q \supset (p \supset r)$中，q是$(p \supset r)$的充分条件。二者的意义是完全不同的。在现实的客观事物关系中并不能由前者推出后者。例如，“气温下降（p），湖面结厚冰（q），可以滑冰（r）的三个句子之间，显然“如果，气温下降，那么湖

面结厚冰的话可以滑冰”为真，但推不出：“如果湖面结厚冰，那么如果气温下降则可以滑冰”。这道理正如同从“天下雨”可断定地湿，从地湿可断定出门不宜穿布底鞋，因而断定“如果天下雨，那么，若地湿，出门就不宜穿布底鞋”，然而却不能由此推出“如果地湿，那么，若天下雨，出门就不宜穿布底鞋”一样，p可构成q的充分条件却未必构成r的充分条件，q可构成r的充分条件却必定不构成p的充分条件，其逻辑语义是不同的。

② $\vdash ((p \wedge q) \supset r) \supset (p \supset r) \vee (q \supset r)$.

该定理的逻辑语义为：

如果若p并且q，则r，那么，或者若p则r，或者若q则r。

这在形式逻辑推理中同样不能成立。

例如，“如果体检合格（p）并且考试及格（q），那么可以录取（r）。”为一真假言判断，但若据此推出“如果体检合格（p），那么可以录取；或者，如果考试及格，那么可以录取”则显然是错误的。

③ $\vdash (p \wedge \neg p) \supset q$,

$\vdash p \supset (q \vee \neg q)$；

……

以上即通常所谓的“蕴涵怪论”（假前件可蕴涵任何真或假的后件，真后件可为任何真或假的前件所蕴涵），它们也不是形式逻辑中正确的推理形式。

总之，并不是任一数理逻辑演算中的定理结构都能找到与之相对应的推理的结构。原因我们在前面已分析了，有前提因素的区别，有推理的模式与定理的区别，有逻辑的因素与函数的关系的区别，如此等等。形式的区别是本质区别的反映。

三、在"相互对应"中存在着的区别

所谓"相互对应"指的是一些人所认为的形式逻辑的推理形式可在数理逻辑中得到刻划，数理逻辑的两个演算中的某些定理，可以理解为形式逻辑的某种推理形式。岂不知这只是一种表面的相似，并不能掩盖实质的不同。

它们的实质区别在于，一个正确的形式逻辑的推理形式，首先和必要的是它是人们获得新知的工具。因此在论证中不允许循环，即前提必然能推出结论，但前提的成立不能依赖于结论，前提的真实性不能依赖于结论的真实性。换言之，推论的前提是结论的充足理由——当前提是真的，就能从前提必然地推出结论。一个合乎充足理由的推理，即使在并未断定结论为真的情况下，就在事实上确定了推理式的有效性，结论对于前提是必然的。

举例说，"如果天下雨;则地湿"是个正确的假言判断,根据该前提,如果我们知道"天下雨"了,必定断定了"地湿",根本用不着再跑到户外察看一下是不是"地湿"了。也就是说,在并未确定观察到"地湿"时,我们已肯定了该假言推理的有效性。

我们再举一个科学发现的例子。

哈雷彗星的发现是非常有趣的例证：1682年，年仅二十六岁的哈雷看到了一颗非常明亮的彗星。它引起了哈雷的深思。为了弄清这颗彗星的由来，他编辑了大量彗星的观测记录，进行历史的分析和比较，还根据万有引力定理，第一个对它的轨道进行了计算。哈雷从中发现，1682年与1607，1531年出现的彗星，运动轨道十分相似，这三次出现的间隔时间为七十五——七十六年。于是哈雷就认为，这三次出现的彗星并不是人们以为的三颗不同的彗星，而是同一颗彗星

三次经过那里。哈雷以此为据，预测它绕太阳运行的周期为七十六年，推算出彗星下一次出现的时间为1758年或1759年。后来，别的天文学家还考虑到七十六年间行星对彗星运动的影响，算出了更精确的时间是1759年3月至5月。虽然哈雷于1742年去世，他没有亲眼再度看到它而证实自己的预言，但在1759年3月13日那天，人们果然看到这颗明亮的彗星，哈雷的预言终于被证实了。

在这个事例中，哈雷预见人们能在1759年重见哈雷彗星可处理为如下一个推理：

如果哈雷彗星出现（临近地球）的周期是七十六年，那么在1759年人们就能再见到哈雷彗星。

哈雷彗星出现的周期是七十六年（该判断据科学研究得到）。

所以，在1759年人们就能再见到哈雷彗星。

这个推理与我们刚才分析的“天雨地湿”的推理，形式结构完全相同。感觉的区别是在天下雨时我们还能同时到户外看看地是否湿了（结论能立即被断定），然在哈雷的时代，人们还不能断定：“在1759年人们就能再见到哈雷彗星”这一结论。但这并不影响推理的正确性。大前提所断定的条件关系是真实的，小前提是正确的，因此该推理无疑是有效的。并且，结论对于前提是新知，是从确实断定的前提中推出的未被事实证明存在的知识。形式逻辑的推理的本质正在于此。顺便提一下，哈雷彗星在1986年又“光顾”了地球，据此，我们可推论出“在2062年人们能见到哈雷彗星”。这个结论目前谁也无法实际验证，但推出结论的过程的正确性却是谁也无法怀疑的。

数理逻辑的演算实质上是关于函数的。真值函数的根本

性质在于，只有确定了变元的真值，才能确定函数的真值。一个演算式只有首先确定公式内所有变元的值最后才有可能判定该命题公式是否为重言式。

例如，关于充分条件假言推理，其相似的定理是：$\vdash (p \supset q) \wedge p \supset q$。对这个公式，我们必须确定p，$p \supset q$，q的值，才能最后确定$(p \supset q) \wedge p \supset q$的值。事实上任一蕴涵重言式都具有这种性质：确定前件为真以确定后件为真为必要条件，亦即在后件为真尚未确定的情况下，不可能确定前件为真。前件为真不可能独立于后件真的确定，因此后件与前件均为同一个函数的不同的变元，后件对前件来说只是在一定程度上重复前件的含义，而不是新知。数理逻辑的演算式与形式逻辑推理形式的性质是根本不同的，不能为表面的相似而忘了内在的本质的区别。

由此可见，尽管数理逻辑的两个演算可以在形式上刻划某些正确的形式逻辑推理式，但它并不具有形式逻辑本来的含义。形式逻辑的推理关系不同于蕴涵关系，它具有更丰富和严格的要求。它是使人获得新知，由已知进入未知的认识方法和手段。另一方面我们倒也可以看到，某些推理一旦完成，从函数的角度看其前件和后件相对于整个公式就成了变元而整个公式可处理为函数式，当我们确定了各变元的值也就可以确定整个公式的值。因此，独立地看，真值函数等函数关系是数学的研究对象；关联地看，因为在某类推理形式中具有某种相伴而生的函数关系，我们也可以在逻辑思考中将其作为起辅助作用的因素。换言之，形式逻辑也可以借鉴数理逻辑的研究成果，适当地予以吸取。这种互为借鉴的关系于数理逻辑也是存在的。它也要运用形式逻辑对推理的有效研究。在数理逻辑之语言中使用的联结词“如果…那么…”，

表述的也并不是蕴含关系，而是一种前后件内容联系的充分条件关系。这是事实，事实是不可否认的。

本 章 小 结

现在把本章所讨论的问题综述如下：

形式逻辑的演绎推理和数理逻辑的形式演算在性质上是不同的，它们分属不同的理论系统。

演绎推理是整个思维形式系列中的一个重要环节，形式逻辑从整个思维形式系列的联系中研究推理。

演绎推理有其自身的特殊性，它表现了思维从一般到特殊的行程，也是人们由已知进入未知的方法。

形式演算表现为数理逻辑的最主要特征。形式演算体现了特殊的函数关系，它以人工语言表达，演算表现为一系列的符号变换。演算的公理或定理是函数值永真的真值形式（在命题演算中）。应该指出，尽管从历史发展看，演算的思想与规范思维的正确性有关，但它先后发生了三次大的变化：从“思维——演算”，到“逻辑——演算”，最后实现的是“函数——演算”。“把数学形式化的方法引入逻辑”的结果，解决的并不是逻辑推演的问题，它是不能替代形式逻辑对推理理论的全面研究的。

形式逻辑的推理类型与数理逻辑演算中的公理或定理不同。一定推理类型是全面研究某类推理的结果，是一定的客观根据、形式结构和语言表达的三位一体的统一。形式系统中的公理或定理是仅表达函数关系的语法符号，如它有独特的，更多的意义，则演算（符号的变换）将为不可能。

推理的形式结构和形式系统中的公理或定理也不同。首

先，并不是所有的推理的形式结构都可归化为数理逻辑中的公理或定理。其次也并不是所有的演算中的公理或定理都可在一定的推理类型的结构中得到体现。第三，即使有那种可“互相表现”的情况，其性质也有根本的不同，逻辑的推理前提独立于结论，推理的有效确定不以结论的真为必要条件，结论于前提是新知，推理形构表现为一种由已知到未知的推断。但是，所有的演算中的公理、定理都表现为函数关系式，它必定要确定所有变元的值才能确定整个公式的值，蕴含的后件对前件不是新知，结论只是部分或全部地重复了已断定的东西。所以，推理的形式结构与演算的形式结构在构造和性质上都是不同的。推理的形式结构可不依赖于真值形式而存在，但在研究真值形式的思维中却必定要运用形式逻辑的推理。

以上是本章所论述的主要问题。

我们还想着重指出，从逻辑学的历史和整个逻辑学的状况来看，形式逻辑对推理的研究其根本方向无疑是正确的，但研究的结果远不是完美的。许多大量存在于人们思维实际中的推理形式还未及时加以总结，关于推理理论的探讨还不够深入，对这些问题作深入的研究，正是逻辑学刻不容缓的迫切而艰巨的任务。

第五章 逻辑论证与形式证明

一般说来，论证与证明主要是名词之别。作为逻辑学术语，并无实质性的差别。它们的最一般意义就是判定某一判断的真实性。所谓真实性，就是判断符合于事实。形式逻辑就是在这种意义上使用这两个逻辑术语的。随着数理逻辑的产生和发展，出现了“形式证明”的提法，使得“证明”一词获得了与上述意义完全不同的含义。要弄清“形式证明”中的“证明”究竟是在什么意义上使用的，得先从明确逻辑论证与形式证明的本质开始。

第一节 逻辑论证与形式证明的本质区别

一、逻辑论证的本质

人们在实践活动中，获得了各种各样的认识，又要通过实践来验证这些认识是否真实，是否符合客观实际。比如，我们探测某地有石油。要验证这个认识是否真实，我们就得在这个地区进行钻探。如果钻出石油，我们的这个认识就是真实的；反之，就是虚假的。实践是认识产生的源泉，也是检验认识的标准。正确的认识不仅要从实践中产生，而且要进一步接受实践的检验。

马克思主义认为，实践是认识产生的源泉和检验真理的

唯一标准，但这并不是说，人们要得到或验证一个新认识，每次都必须直接通过实践。人们在实践活动中积累了许多真实可靠的知识，根据这些真实可靠的知识，也可以通过论证这种思维活动得到一个新认识。比如，我们根据“情况各不相同的许多人严重缺乏维生素甲时都患了夜盲症。”与“这些人服了大量维生素甲以后，夜盲症消除了。”这两个真实判断，通过论证得到“这些人患夜盲症是由于严重缺乏维生素甲”这个新认识。

从断定一个或一些真实性较明显的判断，来断定另一个判断的真实性，这就是逻辑论证。上面所列举的就是一个具体的逻辑论证。

在论证中，真实性需要论证的判断叫论题；而用来论证论题的真实性的判断叫做论据。论证都具有论题和论据两部分。引用论据来论证论题的推论过程叫论证方式。在论证中表明了论题的真实性为什么是由论据的真实性推出来的必然联系，表明了该论据为什么是该论题的根据。

亚里士多德曾经这样描述过论证的定义：我所说的论证是指着产生知识的三段论式。所证明的知识的前提必须是真实的、原始的、直接的、比结论知道的更清楚，先于结论而存在的，而且结论同它们的关系就象结果同原因的关系一样。① 理解逻辑论证的本质，必须抓住两个关键性的概念：“真实性”和“产生知识”。所谓“真实性”就是论断符合于事实。不具有真实性的判断不能用来进行论证，也绝不可能得到论证。即使在科学假说中，要论证的论断也必须具有一定程度的真实性。所谓“产生知识”指的就是确立了一个判断的真实性，获得了一个新认识。用亚里士多德的话说就是

① 参见亚里士多德：《后分析篇》。

由于具有了关于某事物的知识，因而依据它我们知道了什么。用我们的话说就是指出了下判断的根据和理由，揭示了论据与论题之间的必然联系。作为论题和论据的判断符合于客观事实，论据是论题的充分根据，这就是逻辑论证的本质。简言之，就是以真证真。

逻辑论证为什么能以真证真？这是不以人的意志为转移的，而是由论证本身的客观根据决定的。客观事物间是存在着本质联系的，人类认识的最终目的就在于正确反映这些本质联系，其中最重要的是事物间的因果联系。在客观世界中没有无原因的结果，也没有无结果的原因。如果离开了客观事物的因果联系，不反映客观事物的因果联系，那就不会有对客观事物在这方面的本质认识。判断是反映客观事物间的关系的一种思维形式，真实的判断总是有根有据的。在论证中，并不是任何具有真实性的判断都可以成为确立某一判断（论题）真实性的论据，只有那些具有真实性并且能成为某一论题的根据和理由的判断，才能成为这个论题的论据。也就是说，作为论题与论据的判断不仅要符合于事实，而且要有本质联系。这种本质联系最主要的是客观事物的因果联系。

论证总是存在于人类思维之中，存在于人类思维中的论证总是借助于自然语言进行的，离开自然语言人们就无法进行逻辑论证。对一个判断表达的思想的论证本质上也就是对表达这个思想的判断（语句）的论证。在这个问题上，亚里士多德曾有过一段非常精彩的论述：“在用来对语辞的论证和用来对思想的论证之间并不存在着象有些人提出的那种区别，如果假定某些论证是用来对语辞的，另外的论证是用来对思想的，两者并不相同，这种假定本身就是荒谬的。……使用论证对语词和使用论证来对思想本来是一回

事”。①这也就是说，对语辞的论证也就是对语辞表达的思想的论证，对语辞表达的思想的论证也就是对表达这个思想的语辞的论证。二者是一而二、二而一的问题。

诚然，自然语言具有多义性。自然语言的这种多义性是不会影响逻辑论证的严密性的，因为，在具体的逻辑论证中，自然语言的语义是十分确定的。比如，“逻辑”这个词就是个多义词。人们说“历史的逻辑是无情的”。这里的“逻辑”是指事物的规律性。“这是强盗的逻辑”。大体是指某种理论或原则。“说话要合逻辑”。又是指思维的一般规律。“要学点文法和逻辑”。则是指一门科学。但在下面这个具体的论证中，“逻辑”一词的含义是唯一的、确定的，指的就是作为一门科学的逻辑学：

“逻辑是十分有用的。因为，逻辑就好比r是一个引路的向导、或指路的地图，它可以帮助我们辨明方向，使我们能自觉地控制自己的思维，使之朝着正确的方向进行；逻辑可以帮助我们的思维能够明确、肯定、有条理、不自相矛盾而且富于论证性；逻辑不仅能指导我们正确地进行思维，以便正确地认识客观现实，同时，它还能帮助我们清楚地辨别他人的言论中错误之所在，而不致于为一些谬论或诡辩所迷惑，影响我们对真理的认识。”

所以，自然语言的多义性与逻辑论证的严密性是不矛盾的，在具体的论证过程中，自然语言的语义是唯一的、确定的，借助自然语言进行的逻辑论证是精确而严格的。

自然语言本身不会歪曲思想和现实，也不会模糊思想和

① 参见亚里士多德：《形式逻辑言论选编》，湖南人民出版社 1984 年版，第4页。

现实的关系，因而它也不会导致逻辑论证的不严格性，至于我们由于对事物的认识不清而造成的思想上的含混，乃致错误地运用自然语言，进而导致论证的不严格性，或者是出于种种反动目的的需要，滥用自然语言，故意用含混不清的语词搞诡辩，则都不是自然语言本身的问题，而是对自然语言的使用问题。

二、形式证明的本质

十九世纪末二十世纪初，随着对数学基础理论的深入研究，人们需要在同一逻辑系统内研究不同性质的数学理论，对数学证明的严格性提出更高的要求。严格性要求，在数学证明中不得不自觉地附加其它前提，也不能有其它隐含的前提；推理规则必须事先明确给出。这不仅需要把数学证明系统化，还必须使这个系统形式化，建立与原系统精确的对应关系，完全撇开证明的具体内容，构造形式系统。象希尔伯特认为的那样，我们必须先把数学理论公理化，而且是彻底公理化，即不但把数学基本概念一一规定，把这些基本概念的基本性质一一列出（作为公理），而且连逻辑概念（如命题联结词和量词等）也都一一列出，逻辑概念的基本性质（逻辑法则）也都一一列出。这样以后，数学上的推导不但不必再依靠空间关系、不必依靠直觉，而且不必再依靠逻辑法则，可以纯粹机械地推演。每步推演表现为由某个逻辑式子变成另一个逻辑式子，逐步演算，便能够由公理出发，到达定理。① 如果不进行这种彻底的形式化，一方面我们无法在那种没撇开被公理化的内容的公理系统中研究不同性质的数

① 参见莫绍揆著：《数理逻辑初步》，上海人民出版社 1980 年版，第33页。

学理论，比如，我们就不能在欧氏几何公理系统中讨论算术问题；另一方面也无法满足数学证明的严格性要求，如不将数学证明形式化，一旦涉及具体内容，证明总是或多或少要借助直观，而不能绝对防止未被觉察的直观因素的渗入。这种处理问题的结果便出现了形式系统中的形式证明。

形式证明是形式系统内的形式定理证明，是形式系统展开的手段。形式证明总是这样的符号公式有穷转换序列，其中每一步转换或者是该系统的形式公理，或者是由该系统的形式公理按该系统的形式推演规则导出的。序列的最后一个符号公式是所要证的形式定理。

从语义上讲，形式证明本质上是一种更抽象、更严格的数学证明。

我们之所以说形式证明是一种更抽象、更严格的数学证明，原因在于它使用了形式公理化这种更抽象、更严格的数学方法。

形式公理化方法是被彻底形式化了的公理学方法。所谓公理学方法，就是从若干称为公理的命题出发，根据一些特定的演绎规则，推导出称为定理的另一些命题，从而构成一命题系统。这种方法渊源于欧几里德几何学。古希腊时代的数学，可以说以欧几里德的《几何原本》为代表，它是希腊数学的最高成就。它给出几条自明的公理、公设后，便纯粹由公理、公设而推出一切定理来，这就是所谓公理方法。①形式公理化方法是由欧氏几何的公理方法演变而来的一种数学方法。这种数学方法只不过比欧氏的公理学方法更抽象、更严格而已。

---

① 参见莫绍揆著:《数理逻辑初步》,上海人民出版社 1980 年版，第20页。

所谓更抽象，就是说由于借助了形式公理化方法使得形式证明完全撇开了被公理化的客观内容。

公理方法与公理系统是同一系列的概念，公理系统是应用公理方法的结果。通过分析应用形式化方法建立的形式系统的抽象性可以认识到形式化方法的抽象性。

根据公理系统的对象域是唯一的还是多个的，把公理系统区分为实质公理系统和形式公理系统。公理系统研究的对象、性质和关系，称为它的对象域。如果公理系统的对象域是唯一的、预先给定的，那它就是实质公理系统。例如，欧氏几何就是这样的系统，"点"、"直线"、"平面"这三个初始概念所表示的三类对象和"在…之上"、"在…之间"、"叠合"这三个初始概念所表示的三种关系就是这种几何的对象域，它是唯一的、预先给定的。与此不同，形式公理系统不预先设定对象域，初始概念在引入公理之先不加定义，公理可以看成是初始概念的定义，对初始概念进行不同的解释，一个形式公理系统可以有许多对象域。例如，大家所熟悉的布尔代数就是一个形式公理系统，它的对象域在一种解释下是类，在另一种解释下是命题，也可以解释为电路上的接点。二者的主要区别是实质公理系统对被公理化的具体内容的理解是至关重要的，而形式公理系统则完全撇开被公理化的具体内容，成了可以对它进行不同解释的公理系统模式。因此，在抽象化程度上，形式公理系统高于实质公理系统。

虽然形式公理系统的抽象化程度高于实质公理系统，但还没有达到最抽象的程度。在形式公理系统中，逻辑概念还有意义，命题还表现为某种逻辑结构。还有比形式公理系统更抽象的形式系统。形式系统是形式公理系统的进一步形式化。通过建立与形式公理学相对应的符号语言系统，把原公

理系统在各方面的问题处理转换成对符号语言问题的种种处理。概念都转换成符号，命题转换成了公式，推导则变成了公式的变形。经过这种转换，我们就可以只考虑符号的种类，符号的排列以及从符号公式到符号公式的转换等语法问题。一切意义全被抽象掉了。可见，形式系统比形式公理系统在抽象化程度上，又进了一步。在这样的系统中进行的形式定理证明就成了完全撇开被公理化的内容的符号演算。

所谓更严格，就是说由于借助了形式公理化方法使得形式证明采取了系统的符号语言，并因此而满足了数学证明的严格性要求。

在形式系统中，形式推演规则是明确给出的，在系统内能作到没有不按照已给定的规则而进行的推演，这就能绝对避免隐含前提存在的情况；由于形式系统是完全符号化的，作为出发点的公理只是一些符号公式模式，没任何含义，这就决定在选择公理时不可能以任何直观明显性为标准。由于形式系统内的形式定理证明是严格按着形式推演规则由形式公理导出的，所以，形式推演规则和形式公理所具有的性质，形式证明也无不具有。

事实上，系统符号语言的使用不仅标志着数学证明的严密性程度，也体现着数学证明的抽象化程度。在数学史上，只有人们用“1”、“2”等符号表示“数”的概念，用“△”、“□”等表示“形”的概念，才能说有了数学。自从数学产生那天起，具有主观规定性的符号语言就已成为数学家得力的表达工具。同样，数学的每一步发展都伴随着符号语言的更新，数学家如不采用新的符号语言，就无法描述新定理。早期的数学研究总是同经验科学密切相联的，数学的研究与应用常常交织在一起。如，人们研究几何学总是在丈

量土地、建造房屋等过程中进行。因而，数学所使用的语言这时不可能是清一色的符号语言，而是符号语言与自然语言的交错使用。早期的数学使用的符号语言是不系统的。但随着数学的发展，数学的抽象化程度越来越高，离经验越来越远，数学研究与应用出现距离，逐步走向纯数学的研究道路。而随着数学的抽象化程度不断提高，数学证明的严格性要求也就越来越高。为了适应数学证明的严格性要求，起初与自然语言交错使用的符号语言已不再是数学家们的理想工具了，而必须采用一种纯粹的系统的符号语言。所以，使用符号语言是数学方法的基本特征，没有任何其它科学比数学更广泛地使用符号语言，并且使用符号语言的方式（系统还是非系统等）不仅标志着数学方法的抽象化程度；也标志着数学方法的严密性程度。形式证明使用系统的符号语言是数学发展的抽象化程度和数学方法的严密性要求不断提高的必然结果。

三、逻辑论证与形式证明的本质区别

逻辑论证与形式证明所揭示的本质联系都是必然的联系，可是，这两种必然联系是有本质区别的。逻辑论证揭示的论题与论据之间的本质联系是客观事物间的因果联系；作为一种更抽象、更严格的数学证明的形式证明（从语义上讲）揭示的是一种特殊的函数关系，也就是真值函数关系。因果关系与函数关系虽然都有必然性，但本质上有很大差别。

函数关系不能表达因果关系的本质内容，它只从数量上描写事物联系。白炽灯的亮度同灯壁热度之间有一定的函数关系，但这两者之间并不是因果关系，它们都是由电流的作

用所引起的结果。一个城市的汽车多少与交通肇事的次数可能有一定的比例关系，但交通肇事的原因并不在于汽车的数量。更重要的是，当用函数关系表达两种现象间的因果联系时，我们不能指明其中何者为原因，何者是结果。力是物体产生加速度的原因，我们也可以把它表述为加速度是外力的函数〔$a = f(F)$〕，而且作这种表述时，就没有指明力是加速度的原因，还是加速度是力的原因。函数关系是函数中各因素间的必然联系，但并非任何的必然联系都是因果联系。原因和结果都有着现实的、实在的内容，函数关系则不能把它们反映出来。

正是由于因果联系与函数关系的这种本质区别，使得我们在把一个逻辑论证形式化时，出现了与逻辑论证本质上有很大差别的形式证明。下面我们给出一个具体的逻辑论证及其形式化，具体分析这两种必然联系的本质差别。

“诗要押韵脚。这是因为诗是以抒情为特征的。而要抒情，就需要有音乐性，音乐性是大有助于抒情的，诗终究是语言艺术，音乐性就附着在语言上面。音乐性在诗中有许多方面，其中最起码的，也是最重要的，要算押韵。”

为了说明问题，我们把这段逻辑论证不十分严格地整理成如下形式：

如果诗以抒情为特征，则诗要有音乐性；诗以抒情为特征，

所以，诗要有音乐性。

如果诗具有音乐性并且是语言艺术，则诗就要押韵；

诗具有音乐性并且是语言艺术，

所以，诗要押韵。

我们把这个证明形式化：用 p 表示“诗以抒情为特征”。

用q表示“诗要有音乐性”。用s表示“诗是语言艺术”。用r表示“诗要押韵”。然后，就可以给出关于“诗要押韵”的形式证明：

（1）	$p \supset q$	〔p〕
（2）	p	〔p〕
（3）	q	〔（1）、（2）⊐〕
（4）	s	〔p〕
（5）	$q \wedge s \supset r$	〔p〕
（6）	$q \wedge s$	〔（3）、（4） p〕
（7）	r	〔（5），（6）⊐〕

列在形式证明左边圆括号中的数字是证明的步骤，列在右边方括号中的数字表明得出这步所依据的前提，其中的p，⊐表明了得出这步依据的规则（详见下节）。假如我们把这个形式证明的形式前提：$p \supset q$，p，s，$q \wedge s \supset r$，$q \wedge s$用合取式联起来，那么这个形式证明就可以表示为这样一个推断式：$(p \supset q) \wedge p \wedge s \wedge (q \wedge s \supset r) \wedge (q \wedge s \vdash r$。这个推断式究竟反映了什么？它与逻辑论证所揭示的必然联系究竟有什么区别？

这个推断式中的命题变项p、q等代表的是命题，命题是有真、假的，故表示命题的p、q等也有真、假两值。当我们把“诗以抒情为特征”、“诗要有音乐性”等形式化为p、q等时，p、q只保留了原命题或是真的或是假的这种真值特性。在p与q来看，“诗以抒情为特征”、“诗要有音乐性”仅仅是命题，至于这命题是真的，还是假的（事实上是真的），反映了什么内容，都与p、q无关。这样，这个推断式所反映的仅仅是命题之间的一种真值函数关系。用赋值方法，我们会发现：无论这个函数式（推断式）的变项（命题

变项）取什么值，函数式（推断式）的值总是真的。

赋值方法的主要思想是：为了说明蕴涵式常真，我们证明其中无论变项取什么值，公式不会是假的。一个蕴涵式"$A \supset B$"只有当前件A真而后件B假时，它才是假的。赋值方法就是要证明：不论其中变项取什么值，前件A真而后件B假是不可能的，要使前件真而后件假，变项赋值时必然会导致矛盾。根据赋值方法，只要证明推断式的前提（可看作是蕴涵式的前件）是真，而推断式的结论（可看作是蕴涵式的后件）是假是不可能的，就可以说明这个推断式是永真的。

首先设r取假值，$(p \supset q) \wedge p \wedge s \wedge (q \wedge s \supset r) \wedge (q \wedge s)$取真值成立。然后看是否能导致赋值矛盾。若使推断式前提真，则$p \supset q$、p、s、$q \wedge s \supset r$、$q \wedge s$必须都真。在p真的前提下，若使$p \supset q$真，q必真。q真，若使$q \wedge s$真，s必真。q和s真，若使$q \wedge s \supset r$真，r必真。这便与题设r为假构成赋值矛盾。因此，推断式前提真而结论假是不可能的，由此便证明了整个推断式是常真的。

现在我们可以对"诗要押韵"的两种证明进行比较。在关于"诗要押韵"的逻辑论证中，诗人用"诗是以抒情为特征"、"抒情要有音乐性"……这些真实的判断确立他主张的"诗要押韵"的真实性，揭示了诗押韵与诗的基本特征之间的必然联系，指出了诗为什么要押韵的原因。而关于"诗要押韵"的形式证明，反映的是命题变项之间的真值函数关系，指出无论命题变项（p、q等）取什么值，推断式的值（函数式的值）都真，揭示了命题变项的真假与推断式的真假之间的必然联系。这两种必然联系是有本质区别的，逻辑

论证揭示的必然联系本质上是获得了一个关于因果关系的新认识；推断式揭示的必然联系本质上是同义反复。我们知道，在关于“诗要押韵”的论证中，认识到诗以抒情为特征、抒情要有音乐性，不一定就等于认识到了“诗要押韵”。“抒情”、“音乐性”、“押韵”独立地看没什么必然联系。只有当将它们与“诗”联系起来，认识到诗要借语言来抒情就要押韵，诗要押韵是由诗的抒情特征和诗的语言表达形式决定的，才能发现它们之间的本质联系。“诗要押韵”不是“诗要抒情”、“诗要有音乐性”的简单重复，而是一个新认识。推断式：$(p \supset q) \wedge p \wedge s \wedge (q \wedge s \supset r) \wedge (q \wedge s) \vdash r$ 实质是同义反复。从赋值中可见到：在确立推断式前件真时，事实上已包括了确定 r 为真。也就是说，确定推断式前件为真以确定 r 为真为必要条件，在 r 为真尚未确立的情况下不可能去确立推断式的前件为真，推断式的前件的真不可能独立于 r 而确定。因此，推断式的本质乃是一种同义反复。

第二节　逻辑论证与形式证明在结构上的区别

一、论证在结构上的基本特征

论证形式和概念形式、判断形式、推理形式一样是思维形式系列中的重要环节，是形式逻辑研究的重要内容。

人类思维要正确地反映事物的本质，不仅要准确地使用概念、正确地作出判断、合逻辑地进行推理，而且要作严密的论证。论证是通过推理进行的，推理又是由以概念为要素

的判断构成的。论证是概念、判断特别是推理形式的综合运用，因此，它是思维形式系列中不可缺少的一环。正因为如此，它从形式逻辑一产生那天起就一直是形式逻辑研究的重要内容。这在印度因明学中表现的最为明显。

印度的因明学是形式逻辑产生的渊源之一，它甚至把论证看作是其逻辑所研究的最核心内容。“三支式”*在因明逻辑中的地位类似于“三段论”在亚里士多德逻辑中的地位，是因明学研究的最基本的逻辑结构。在逻辑结构上，“三支式”是按宗、因、喻的顺序排列的，与“三段论”的排列顺序正好相反；另外，“三支式”比“三段论”多出一个“同喻依”，即作为普遍命题依靠的典型事例。这个“同喻依”在“三支式”中起着类比证明和归纳证明的双重作用。这两点都充分体现了论证的结构特征。在论证中为了明确自己的论点，就要“开宗明义”，把自己的论点摆出来，然后摆出各方面的论据加以论证。因明之所以称为因明而不称宗明、喻明，原因在于“明因”是因明的核心。因明学的本质和它研究的逻辑结构都表明了逻辑论证在形式逻辑中的地位。

既然论证是思维形式的重要环节，是形式逻辑研究的重要内容，那么，它是一种什么样的思维形式、具备什么特点呢？

在形式结构上，论证的最集中特点就是各种推理形式的综合运用。我们以印度因明中的一个著名论证为例，来具体

---

* “三支式”即陈那三支作法，由宗、因、喻三部分组成。宗就是论题。因就是根据和理由。喻是典型例证，通常是因果关系的贯例说明。如：

此山有火；（宗）
以有烟故；（因）
凡有烟处必有火，如灶。（喻）

分析论证形式结构的这一特点。

声是无常。（宗）

声有所作性故。（因）

凡所作皆无常。（喻体）

如瓶。瓶有所作性，瓶是无常。声有所作性，声亦无常。（喻依、合）①

这个论证要确立的论题是“声音不是永存的。”其论证过程的前三步显然是个三段论，它们的规范形式应是：

“凡是被制造出来的东西都是不常存的。

声音是被制造出来的。

所以，声音是不常存的。”

最后一步与所证论题构成这样一个类比推理：要论证“声音是不常存的”，举一同类事例如瓶等，从瓶有被创造的特性，瓶子是不常在的，类推声既然是被创造出来的，那么声亦不常存在；最后一步与第二步又构成一个典型的归纳论证，由一个典型事例证明一普遍原则，用瓶等来证明凡是被制造出的东西都是不常在的。这个简短的论证包括了演绎、归纳、类比三种推理形式，可见，古代的逻辑学家就早已明确了论证在形式结构上是各种推理形式的综合运用这一突出特点。

当然，在一些情况下，我们也可以只借助于某一种推理形式进行逻辑论证。比如，在下面这个论证中就只使用了归纳推理这一种推理形式。

论题是：“中国是世界文明发达最早的国家之一。”

论据是：“因为在中华民族的开化史上，有素称发达

① 参见沈有鼎：《墨经的逻辑学》，中国社会科学出版社，1980年版，第44页。

的农业和手工业，有许多伟大的思想家、科学家、发明家、政治家、军事家、文艺家和艺术家，有丰富的文化典籍。在很早的时候，中国就有了指南针的发明。还在一千八百年前，已经发明了造纸法。在一千三百年前，已经发明了刻版印刷。在八百年前，更发明了活字印刷。火药的应用也在欧洲人之前。”

既使在只用一种推理形式的论证中，也能有与推理在形式结构上的不同特点。最主要的是：论证的思维顺序与推理的思维顺序常常是截然相反的。在演绎推理和归纳推理中，思维活动的顺序是由前提过渡到结论，因为它所提供给我们的是前提，我们是为了从前提中推出结论；但在论证中，思维的活动顺序是由论题到论据，因为它所提供给我们的是论题，我们为了找出确证论题的根据。由于论证的论题相当于演绎推理和归纳推理的结论，而论证的论据相当于演绎推理和归纳推理的前提，因此，我们说它们的思维顺序是相反的。如果把上面的论证改为推理，顺序就应完全颠倒过来：

前提是：“在中华民族的开化史上，有素称发达的农业和手工业，有许多伟大的思想家、科学家、发明家、政治家、军事家、文艺家和艺术家，有丰富的文化典籍。在很早的时候，中国就有了指南针的发明。还在一千八百年前，已经发明了造纸法。在一千三百年前，已经发明了刻版印刷。在八百年前，更发明了活字印刷。火药的应用，也早在欧洲人之前。”

结论是：“所以，中国是世界文明发达最早的国家之一。”

虽然在个别情况下，我们可以只借助于一种推理形式进行论证，但从论证这种思维形式的整体上看，它的基本特征

是各种推理形式的综合运用。这一方面是由论证的本质决定的；另一方面是由推理形式的局限性决定的。论证的本质是以真证真的思维过程，根本目的在于指出下判断的根据和理由。由于具体推理形式各自都有它不可克服的局限性，这就使得我们不容易仅仅靠某一种推理形式来达到论证的目的。比如，如果我们只借助演绎推理进行论证，靠演绎推理本身不能解决它的前提真实性问题。而这恰好是论证首先要求作的，因为，推理的前提是论证的论据，论据的真实性是论证首先应该肯定的。这就需要引入别的推理形式如归纳、类比等。再比如，我们只借助归纳推理进行论证，也难以达到论证的目的。要揭示下判断的根据和理由，也就是要揭示论题与论据之间的必然联系，而有时归纳推理的结论是具有或然性的，这又需要演绎推理的帮助才行。

总之，只有综合运用各种推理形式，才能相互取长补短，满足论证的需要，达到论证的目的。我们在论证中很强调“摆事实，讲道理”这句格言。“讲道理”指的就是用普遍性的原理说明具体问题，是一种演绎论证；“摆事实”指的是用典型事例通过类比、归纳等方式证实一般原理的正确性。在论证过程中，“摆事实”与“讲道理”是不可分割的，只摆事实，不讲道理，论证就没力量；脱离事实讲道理就会流于空泛的议论或导致诡辩。也就是说，只有综合运用演绎、归纳、类比等多种推理形式，才能达到较好的论证效果。培根在谈到这个问题时，曾把片面强调归纳的经验主义者比作只会收集材料的蚂蚁，把片面强调演绎的唯理论者比作只会从自身内编织网子的蜘蛛，而把演绎与归纳的综合比作采集、酿蜜的蜂。他认为只有蜜蜂的道路才是真正通向科学的路。因此，各种推理形式的综合运用是在形式结构上体现论证本

质的基本特征。

二、形式证明在结构上的特点

形式证明是数学自身发展的高度抽象化的结果，它本质上是一种更抽象、更严格的数学证明。这在其形式结构上表现的尤为明显。数学证明所根据的真实判断大量表现为该科学中的基本概念、定义和定理等。这些概念、定义公理和定理是对事物的量的抽象和概括，但数学并不把这种抽象、概括过程引入证明，即它不需要把直接的经验材料引入证明过程，这就使得数学证明在通常情况下仅仅表现为从前提到结论的演绎过程。所谓在通常情况下意思是说，从归根结底的意义上说，数学证明也是各种推理形式的综合运用，在从事物中抽象出概念、定义、公理等的过程中也必须借助归纳、类比等其它推理形式，数学只不过不把这些反映到数学证明中去而已。作为更抽象、更严格的数学证明的形式证明不仅不把从事物中抽象出概念、定义、公理等的过程反映到证明中去，而且连通常的数学证明中的前提与结论的具体演绎关系也不反映到证明中去。从形式结构上看，形式证明的演绎不仅是单一的，而且是“纯粹”的。它揭示的前提（形式前提）与结论（形式结论）之间的关系不是一种具体的演绎关系，而是形式演绎关系。那么，什么是形式演绎关系？它有什么特点？下面我们结合自然推理系统 p① 中的一则形式定理证明来作具体分析。

（一）初始符号

甲类：p，q，r，p_i，q_i，r_i（$i=1, 2, \cdots$）

乙类：$\neg$，$\supset$

① 参考胡世华、陆钟万著：《数理逻辑基础》，科学出版社1983年版。

丙类：（ ）

（二）形成规则

甲：甲类符号是合式公式。

乙：如果x是合式公式，则$\neg x$是合式公式。

丙：如果x和Y是合式公式，则（$x \supset Y$）是合式公式。

丁：只有符合以上三条的符号公式是合式公式。

（三）形式推理规则

(p): $A_1, \cdots, A_n \vdash A_i$ ($i = 1, 2 \cdots, n$)

(t): $\Gamma \vdash \triangle \vdash A$ （$\triangle$不空） $\Gamma \vdash A$

($\neg$): $\Gamma, \neg A \vdash B$; $\neg B$; $\Gamma \vdash A$

($\supset_-$): $A \supset B$; $A \vdash B$

($\supset_+$): $\Gamma, A \vdash B$, $\Gamma \vdash A \supset B$

这就是命题演算的自然推理系统P的出发点。在进行形式定理证明之前，有必要对这些出发点的语义进行解释。主要是为了方便理解，原则上不是形式系统的内容。

初始符号的语义解释：逻辑演算的初始符号相当于语言中的字母，它是逻辑演算的原始构成材料。甲类小写正体英文字母（或加下标）表示任意命题；乙类符号代表真值联结词；丙类是技术性符号。初始符号也称形式符号，逻辑演算在确立了形式符号后，由形式符号经过不同的组合就生成公式，如同由字母构成语言要有语法规则一样，由符号构成公式也有规则，这就是形成规则。

形成规则的语义解释：形成规则相当于语言中的语法规则，语法规则是确定词和语句怎样构成，确定语句的结构形式的。与之类似，形成规则从由形式符号任意组成的公式中区别出一类特殊公式，称之为合式公式。形成规则是合式公

式的定义。甲、乙、丙三条说明根据这三条构造出的公式是合式的。丁条说只有根据这三条构造出的公式才是合式的。比如，（p⊃→p）是合式的，它是由p，→p用⊃构成，p、→p是合式，那么（p⊃→p）也是合式。而（p⊃→p q）就不是合式的，因为→pq不是合式的。

由于公式有合式与不合式的区别，这就需要引入一些新的语法符号来分别表示。于是，我们规定用英文正体大写字母（或加下标）：x，y，z，x_i，y_i，z_i（i=1，2，…）表示任意符号公式；用英文正体大写字母（或加下标）：A、B、C、A_i，B_i，C_i（$i=1$，2，…）表示合式公式；用希腊文正体大写字母（或加下标）：Γ，△，Γ_i，$\triangle_i$（i=1，2，…）表示合式公式的有穷序列。

形式推理规则的语文解释：由于p，q等甲类符号代表的是命题，由甲类符号根据形成规则生成的合式公式只是命题形式，要反映推理形式，还要对命题形式进行变形，这种变形也要有规则，这就是形式推理规则。根据形式推理规则可以定义形式系统p中的形式推理关系。形式推理关系是合式公式的有穷序列与合式公式之间的一种关系。如果p中的合式公式有限序列A_1，…，A_n与合式公式A之间存在形式推理关系，我们记为：A_1，…，$A_n \vdash A$，读作“在p中由A_1，…，A^n可以形式推出A”。A_1…，A_n是A的形式前提；A是A_1，…，A_n的形式结论。合式公式之间的形式推理关系都是根据形式推理规则定义的。

（p）称为肯定前提律。它反映演绎推理中的这样规则：对于任何给定的前提来说，前提中的每个命题都是被肯定的，因此前提中的每个命题都可以作为结论由整个前提推出。

（τ）称为演绎推理传递律。它是说，如果由一定的前提可以推出一些命题，由这些命题又可以推出某个命题，那么由原来的前提可以推出这个命题。例如，设A_1，…，A_n（相当于△）都是几何定理，也就是说它们都是能由几何的公理（相当于Γ）推出的；又设A（相当于A）能由A_1，…，A_n推出，那么A当然也是几何定理。

（$\neg$）称为反证律。它反映演绎推理中的反证法：如果在一定的前提(相当于Γ）下，再设A是假的(相当于$\neg A$)，由此就能推出相互矛盾的命题（相当于$\Gamma, \neg A \vdash B, \neg B$)，那么由原来的前提能推出A（相当于$\Gamma \vdash A$)。

（$\supset_-$）称为蕴涵词消去律。它反映的是假言推理肯定前件、肯定后件的规则。即由“如果A则B”和A可以推出B。

（$\supset_+$）称为蕴涵词引入律。它是说，如果在一定的前提（相当于Γ）下，再假设A是真的，由此推出B（相当于$\Gamma, A \vdash B$），那么由原来的前提能推出“如果A则B”（相当于$\Gamma \vdash A \supset B$)。

由于形式符号是无含义的，由之生成的公式以及由公式生成的形式推理关系也都是无含义的。再者，由于p的形式推理规则中的Γ等都是指任意合式公式有限序列，其中的A等都是任意的合式公式，所以，这五条推理规则都是形式推理规则的模式，实际上包括无穷多条形式推理规则。如：

$p \supset q, \ p \vdash q$

$q \supset (p \supset r), \ q \vdash p \supset r$

$\neg(p \supset q) \supset r, \ \neg(p \supset q) \vdash r$

等都被包括在（$\supset_-$）之中。

定理 1. $A \supset B, \ B \supset C \vdash A \supset C$

证：（1）$A \supset B, B \supset C, A \vdash A \supset B$　〔（p）〕

（2）$A \supset B, B \supset C, A \vdash A$　〔（p）〕

（3）$A \supset B, A \vdash B$　〔$(\supset_-)$〕

（4）$A \supset B, B \supset C, A \vdash B$　〔(1)、(2)、(3)(t)〕

（5）$A \supset B, B \supset C, A \vdash B \supset C$　〔（p）〕

（6）$B \supset C, B \vdash C$　〔$(\supset_-)$〕

（7）$A \supset B, B \supset C, A \vdash C$　〔(5)、(4)、(6)(t)〕

（8）$A \supset B, B \supset C \vdash A \supset C$　〔(7)$(\supset_+)$〕

p中的形式推理关系称为形式定理。p中的形式定理都不是单独的形式定理，而是形式定理模式。比如：

$p \supset \neg q, \neg q \supset r \vdash p \supset r$　$(p \supset q) \supset r, r \supset (q \supset r) \vdash (p \supset q) \supset (p \supset r)$等就都被包括在定理1：$A \supset B, B \supset C \vdash A \supset C$这个形式定理模式中。在p中，形式定理是模式，形式证明的每一步都是根据形式推理规则生成的，而形式推理规则也是模式，因此关于形式定理的形式证明也是模式。

从定理1的形式证明中，我们见到，关于形式定理1的证明是p系统的形式推理关系的有限序列，这个序列的每一步都是由前面的某步根据五条形式推理规则的某一些生成的。如第四步就是由在先的（1）、（2）、（3）步根据形式推理规则（t）生成。每步的根据都明确标在右边方括号中。序列的最后一步是所证的形式定理。

形式系统p中的五条形式推理规则表示的仅仅是演绎关系，而且是抛开具体演绎关系的纯形式演绎关系，因为这些形式推理规则都是推理模式而不是具体推理形式。这一点我们在形式推理规则的语义解释中交代的很清楚。而形式证明的每一步又都是直接或间接地由这五条规则生成，因而形式证明在形式结构上所表现出的特点，就不仅仅是单一的演绎

推理形式的运用，而且是纯形式的演绎，更确切说，算不上是某种推理形式的运用，而是一种符号公式的演算。

综上所述，逻辑论证与形式证明在形式结构上的特点是大相径庭的。逻辑论证在形式结构上的集中特点是各种推理形式的综合运用；形式证明在形式结构上不仅与归纳、类比等非演绎推理形式无关，仅就演绎推理形式而言，形式证明使用的与逻辑论证所使用的也有区别。形式证明使用的是演绎推理形式的更抽象形式，即纯形式演绎，抛开具体演绎推理形式的含义的演绎模式。从这种模式中，无法见到演绎由一般到个别的实质。更何况，演绎推理与演绎论证还存在着一定的差别，即在思维顺序上是相反的。这就使得逻辑论证与形式证明在结构上的差别显得更大了。另外，从结构的构成要素看，论题是真实性较不明显的判断，论据是能作为论题的根据和理由的真实判断；而形式定理则是一个真值函数关系式，其形式前提则是与形式定理有形式演绎关系的一组真值函数关系式的组合。

第三节　逻辑论证规则与形式证明规则

一、逻辑论证规则

逻辑论证规则是逻辑语义规则。逻辑语义指的是某一具体思维形式的含义。比如，充分条件假言推理这种具体推理形式的逻辑语义是：有之则必然，无之未必不然。逻辑语义规则是对具体思维形式的语义所进行的规范、约束。有了逻辑语义规则，使我们知道在具体思维中怎样的思维形式才是合乎客观规律的。比如，关于充分条件假言推理，就有这样两

条逻辑语义规则：只能由肯定前件而肯定后件，不能由否定前件而否定后件。这两条规则是根据充分条件假言推理反映的客观实际情况制定的。一种现象的产生不仅是由于一个原因，而往往是几个原因中的任何一个都能产生同样的结果。比如，"如果物体受到摩擦，物体会变热"；"某物体变热"，我们不能从这里就得出结论说某物体一定受到摩擦。因为造成物体变热的原因很多，而不单纯是摩擦。物体燃烧也能变热，如这物体是导电的金属，电也能使它变热。因此只能由肯定前件而肯定后件，不能由肯定后件而肯定前件。至于不能由否定前件而否定后件的道理也是如此。在思维中遵守了这两条规则，我们作出的假言推理就符合客观实际，否则，就不符合客观实际，作出的推理也不是充分条件假言推理。因此，逻辑语义规则是规范思维形式与客观实际相符合的规则。

逻辑论证规则分三类：关于论题的规则；关于论据的规则；关于论证方式的规则。这三类规则都是逻辑语义规则。论证的形式结构从整体上看，就是由论题、论据、论证方式构成，论证规则也就是论证什么、用什么来论证以及怎样进行论证的思维规范，是构成正确的逻辑论证必须满足的条件。

关于论题的规则有两条："论题应该清楚"。和"论题在整个论证过程中应始终保持同一"。论题是在论证中所要确证的判断，它是论证的中心要素。论题不清楚，人们就难以理解他说的是什么，当然他说的有没有真实性、符不符合客观事实也就无从谈起了。这样的论题是无法得到论证的。"论题应该清楚"主要指论题的含义要清楚、明白，否则就不知道要论证什么。"论题在论证中应始终保持同一"，指的是论题的含义要始终如一，而不是指表达论题的语言形式必须是一个。

比如，对“实践是检验真理的唯一标准”和“只有实践才是衡量真理的尺度”的论证，实际上是对同一论题的论证，两个判断的语言表达形式不同，但含义是一样的。违背这条规则的错误是“论证过多”和“论证过少”。论证过多或过少不是指一个论证的丰富或贫乏、啰嗦或简练，而是指实际论证的论题的含义比本来要论证的论题的含义过多或过少。无论论证过多还是过少，都不能保持论题的同一。在一个论证中，论题不保持同一，我们就不知道要论证的论题到底是哪一个，无法达到论证目的。总之，关于论题的这两条规则是使判断成为论题的基本条件，不合乎这两条规则的判断不能成为论题。

关于论据的规则有三条：“论据必须真实”、“论据的真实性不能依赖论题的真实性”和“论据必须是论题的充足理由”。这三条规则也是逻辑语义规则。前两条规则直接对论据的含义提出要求，这两条规则的必要性是十分明显的，借助于假的论据不可能论证论题的真实性。一般说来，人们不会借助比较明显的假论据来进行论证的。论据的假往往是潜在的难以判明的。此外论据的真实性不得依赖论题的真实性，否则，就会作循环论证，循环论证也就是没作论证。

在关于论据的三条逻辑语义规则中，“论据必须是论题的充足理由。”特别值得一提。它体现了论证的本质。这条规则有效地限制了在论证中所出现的这样两种情况：一是论据与论题不相干；一是论据不充分。论据与论题不相干就是作为论据与论题的判断不是客观现象间的因果关系的反映，而是一种主观臆断，把本来不具有因果关系的判断强作因果关系去理解。在论证中“错为因果”就属于这种情况，把没有因果联系的判断强作因果联系去处理，从一个“推出”另一

个。象“喜鹊叫，客人到。”在逻辑上就犯了“错为因果”的错误，误把“喜鹊叫”理解成“客人到”的原因了。在论证中诉诸权威也属于论题与论据不相干的情况。所谓诉诸权威就是不对论题作切合实际的论证，只拿权威人士的只言片语来借以吓人，用权威人士的个别言论代替对论题的论证。所谓“论据不充分”，就是说论据与论题虽然有一定联系，并不是不相干的，但这种联系还不是真正的因果联系，可能很近于因果联系。比如，为了论证“地球是圆形的”，最初人们的常见的论据是：（1）在海岸上看船进港时，总是先见桅竿，后见船身；（2）站得愈高，看得愈远；（3）可以环绕世界旅行。这些论据虽然是真实的，但还不足以能论证地球是圆形的，而只能证明它是曲面的，没边的。后来有人又提出两个论据：（1）地平线在大陆的任何的地方都是圆形的，所见远近一致；（2）在月蚀时，投射在月球上的地球的影子是圆形的。这两个论据才有力地论证了地球是圆的，从这两个论据的真实性能必然推出论题的真实性。前三条根据虽然与“地球是圆的”有一定联系，还不就是这个论题的充足理由，后两条才是这个论题的充分根据。象在论证中出现的“以偏概全”、“机械类比”都会导致论据不充分的错误。

关于论据的三条规则是论据之所以成为论据的基本条件，不符合其中任何一条，都不能成为论据。尤其是第三条，它是根据逻辑论证本质而制定出来的，论证就是要指出下判断的根据和理由，指出论据与论题间的因果联系。“论据必须是论题的充足理由。”是制约思维中的因果联系符合于客观事实中的因果联系的规则，因此，它不仅是论据之所以成为论据的根本条件，也是论证之所以成为论证的根本条件。

关于论证方式的规则。由于论证是各种推理形式的综合运用，因而所有推理规则都是论证方式的规则。我们在前面说过的充分条件假言推理规则，既是推理规则，也是论证方式的规则，如果在论证中运用了这种推理形式的话。再比如，直言三段论中关于“中项必须至少周延一次”的规则，也是一条逻辑语义规则。这条规则的制定也有其充分的客观根据。三段论反映的是一类现象的整体和部分、事物与属性之间的关系。在直言三段论式中，大项是在大前提中，小项是在小前提中，而结论之所以能表示大项与小项的关系（可以是一类对象的全部与这类对象的部分的关系，也可以是事物与其属性的关系)，就是由于中项的联系作用，如果中项在两个前提中都不周延，那么就无法确定大项与小项之间的关系，就无法确定中项和大项发生关系的那一部分与中项和小项发生关系的那一部分的外延是同一个部分呢？还是完全不同的两个部分呢？还是部分重合的两个部分呢？所以说中项在前提中不周延就不能得出确切的结论来。这条规则与别的三段论规则一样，都是使三段论得以成立的基本条件，是制约三段中大、中、小项之间的关系与它所反映的客观事物间的关系相符合的逻辑语义规则。在形式逻辑中的其它推理规则也都有同样的性质。

由此可见，逻辑论证规则是关于论证这种思维形式的语义规则。它是论题成为论题、论据成为论据的最基本条件，是制约在论证中论据与论题之间的关系符合于客观事物间的因果关系的有效手段。

二、形式证明规则

形式证明规则是逻辑语法规则。在通常的逻辑系统中，

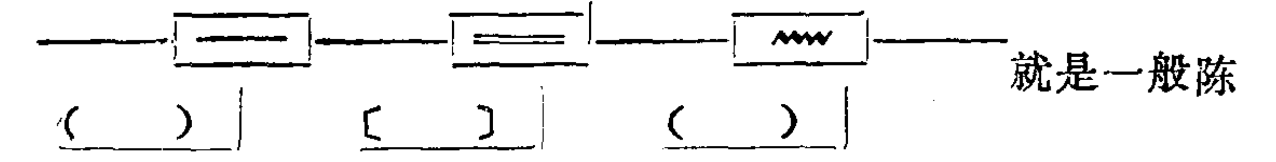
如亚里士多德的逻辑系统，一般是不讲逻辑语法规则的。因为，语法总是相对一套系统的语言来说的，通常的逻辑系统都是借助于自然语言建立的，遵循了自然语言的语法规则也就能够满足逻辑系统的要求。通常的逻辑系统虽然也使用技术性符号，但这些符号都不是系统的。逻辑语法规则是形式系统的产物，它是对一般逻辑系统中的逻辑语义规则进行的抽象。

形式系统与实质公理系统的最重要差别就是它完全撇开了被公理化的具体内容。它之所以把公理系统形式化，其主要目的之一就是要撇开公理系统的语义来进行系统内的形式证明。一旦作为形式系统出发点的初始概念，公理被完全形式化，推理规则也就成为规范符号公式演变的语法规则，它规定由什么样的公式怎样变形才是本系统所允许的。形式系统 p 中的五条形式推理规则就是这样的语法规则。

形式系统 p 的形式推理规则可以分成两类：第一类包括（p）和（$\supset_-$）两条，它们直接生成 p 的形式推理关系；第二类包括（t）（$\overrightarrow{}$）和（$\supset_+$）三条，它们确定一些运算，当对已经生成的形式推理关系应用这种运算时，就生成新的形式推理关系。我们之所以在这些推理规则前面加上“形式”二字，就是说推理的逻辑规则也是被严格形式化了的。比如，假言推理中由肯定前件到肯定后件的规则，形式化后就是 p 系统中的形式推理规则（$\supset_-$）即：“$A \supset B$，$A \vdash B$”。这只是一种仅以符号语言方面考虑的一种符号公式的变形关系，这就是：从已推导出的两个公式 A 和 $A \supset B$，可以推导出 B。

形式系统 p 中的五条规则都是符号公式变形规则的模式，也就是说，形式推理规则中的 Γ、Δ 代表的是任意合式

公式有穷序列；A、B、C等代表的是任意合式公式。因而我们就可以用任意合式公式的有穷序列去代入Γ、Δ；用任意合式公式去代入A、B、C等，由此可以形成具有同一形式推理模式的许多（实际是无限多）不同的形式推理关系。如，$q \supset (p \supset r), q \vdash p \supset r$ 就具有形式推理规则($\supset_-$)的模式，“$q \supset (p \supset r)$”相当于$A \supset B$，“q”相当于A，“$p \supset r$”则相当于B；而从$(p \supset q), (p \supset r), (p \supset q) \supset r \vdash p \supset q, (p \supset q) \supset r \vdash r$ 变形到形式推理关系：$(p \supset q), (p \supset r), (p \supset q) \vdash r$ 就具有形式推理规则(t)即：$\Gamma \vdash \Delta \vdash A$；$\Gamma \vdash A$的模式，Γ相当于〔$(p \supset q), (p \supset r), (p \supset q) \supset r$〕这个有限长的合式公式序列；Δ则相当于〔$(p \supset q), (p \supset q) \supset r$；A相当于r。我们曾详述过，凡是p系统中的形式定理都是根据这五条形式推理规则经过在有穷步内的公式变换而得到的。所以，所有p系统中的定理及形式证明的每一步所生成的形式推理关系都是这五条形式推理规则模式的特殊情况。这就很容易使我们联想到在学语法时，老师教给我们的句法模式。比如：



就是一般陈述句的模式，其中直线上三个方格中的“——”表示主语，“═══”表示谓语，“ ﹏ ”表示宾语，这是陈述句的主要成份；其中角线上的“(　)”表示定语，“〔　〕”表示状语。定语在主语或宾语之前，状语在谓语之前。它们是陈述句的次要成份。给这个图式不同位置上的符号代以特定的语词就可以构成句子。比如，用“人群”代替“—”，用“冲破”代替“═”，用“铁门”代替“﹏”，用“愤怒的”代替第一个“(　)”，用“紧闭着的”代后一个“(　)”，用“一窝蜂似地”

代替“〔　〕”，就可以构成“愤怒的人群一窝蜂似地冲破紧闭着的铁门”这样一个句子。代之以别的语词则可以形成别的句子，如“寒冷的气流猛烈地冲击着爬山的队员”，“黑色的云迅速地布满了晴朗的天空”等都具有同样的句法模式。

形式推理规则虽然类似于自然语言的语法规则，但又与之不同，即它不是一种民族习惯的产物，而是一种逻辑的语法规则。所谓“逻辑的”，说的就是它是逻辑语义规则的高度抽象。我们还是以“⊃₋”为例。假言推理中的“肯定前件而肯定后件”的规则是一条逻辑语义规则。它是从诸如“如果物体摩擦，则物体生热。物体摩擦，所以物体生热”、“如果太阳、地球、月球运行成一条直线，则必然发生月蚀或日蚀。太阳、地球、月球运行成一条直线。所以有月蚀或日蚀”。这些判断是从正确反映了事物的因果联系的推理中抽象出来的。它的作用对象也是通常的推理。一般我们说象上面的两个例子是遵循这条规则的，而象“如果物体摩擦，则物体生热。物体没摩擦。所以物体也不会生热。”就违背了这条规则。“(⊃)”是与这条规则相应的形式推理规则，它是对“肯定前件而肯定后件”的规则的抽象，它完全把这条规则的逻辑内容抽象掉，只是规定具有“A⊃B，A⊢B”这样模式的符号公式就是系统内的语言，至于这条规则的语义是什么，形式系统是不管的。它的作用对象是P系统内的合式公式变换，一般我们说象“B⊃C，B⊢C”（定理1证明的第（6）步）这样的公式变换是根据(⊃₋）进行的；而象“B⊃C，C⊢B”这样的公式变换则不是根据（⊐）进行的。由于假言三段论规则本身就是有客观根据的逻辑语义规则，因而它的作用对象也是有客观内容的推理；而与它相应的形式推理规则本身就是一个符号公式变形的模式，其作用对象

也就只能是P系统内的公式变换。其它四条规则也具有上述性质，它们本身只是符号公式变形的模式，反映了公式间的不同变换关系，从我们对这几条规则的语义解释中见到，它们都是对通常逻辑语义规则的高度抽象，在这种抽象中抛开了原来规则中的逻辑内容，而仅仅成为制约符号公式变换的模式规则。

综上所述，逻辑论证规则与形式证明规则是性质不同的两种规则。逻辑论证规则是关于论证这种思维形式的逻辑语义规则。它规定什么样的判断才能作为论题，什么样的判断才能作为论据，以及什么样的判断才能成为某一论题的论据。这种规定有它的客观根据，它来自于对论证的本质的正确认识，根据论证要达到的目的制定出来的。正因为如此，逻辑论证规则才能成为制约在论证中论据与论题之间的关系符合于客观事物间的因果关系的有效手段。形式证明规则也就是形式推理规则，它是关于形式系统内的符号公式变形的逻辑语法规则。说它是“语法规则”，就是说它无任何含义，仅仅是公式变形的模式，是构成符号语言系统的规则；说它是“逻辑语法规则”，就是说这种语法规则是通过完全抛开通常推理规则的含义而得到的。因此，我们也可以说形式推理规则是对一般逻辑推理规则进行抽象的产物。正因为形式证明规则完全撇开了语义，是一种逻辑语法规则，它才能满足形式系统对数学证明的严格性要求。形式系统要求形式定理证明必须具有绝对严格性，即绝对避免直观因素对证明的影响和隐含前提介入证明过程。由于形式证明规则完全撇开了语义，成为一种语法变形规则，形式证明的每一步都是根据这种规则生成的。这就达到了绝对避免隐含前提介入证明过程的目的。如果有那一步不自觉地引入了隐含前提，我们就可

以用规则来检验它是不合法的。由此可见，逻辑论证规则与形式证明规则的性质不同，作用也不一样，形式证明规则是满足形式系统对数学证明的严格性要求的有效手段；逻辑论证规则是指导人类思维自觉地进行逻辑论证，制约论证中反映的联系符合于客观事物间的因果联系的有效手段。

第四节　形式逻辑研究论证与数理逻辑研究形式证明的不同目的

形式逻辑研究的逻辑论证和数理逻辑研究的形式证明是有本质区别的。正是这种在研究对象上的本质区别决定了两门学科的研究目的也不可能是相同的。这种研究目的不同又是与这两门学科研究论证与形式证明的不同原因联系在一起的。为了弄清形式逻辑研究论证和数理逻辑研究形式证明的不同目的，必须先考察形式逻辑研究论证和数理逻辑研究形式证明的原因。概括说来，形式逻辑对论证的研究是由在科学知识的积累和创新的过程中对逻辑论证的需要以及人们在进行逻辑论证过程中所出现的逻辑错误引起的；数理逻辑构造形式系统，研究形式系统内的形式定理证明是由发展数学基础理论的需要以及在数学基础理论的研究过程中出现的疑难引起的。

一、形式逻辑研究论证的原因

形式逻辑的始祖是亚里士多德，他也是历史上第一个系统研究逻辑论证的人。希腊的古典文化是多姿多彩的，特别是亚里士多德所处的时代，人们积累了大量的天文、气象、数学、医学、生理学、动物学等多方面的知识和经验，

并且进入可以"作总结的时代"。随着人类认识的进步和科学知识的积累，也就需要对科学知识本身有所认识。德谟克里特就曾经把科学知识分为：（1）通过思考获得的知识；（2）通过感官获得的知识。柏拉图把知识分为"科学的知识"和"通过思考而得到的知识"。把"科学的知识"又分为三类：实践的科学（如做凹槽、长笛、竖琴等）、生产性的科学（如建筑、造船等）、理论的科学（如几何、天文等）。①这说明，在亚里士多德以前，人们就已经开始了对科学知识自身的研究。到了亚里士多德所处的时代，科学知识的积累为人们更深刻地认识什么是科学知识提供了客观条件。

亚里士多德被恩格斯称为古希腊哲学家中"最博学的人物"，他精通几乎所有门类的科学知识，比较科学地揭示出了科学知识的本质。在他看来，真正的知识不仅知事物之当然，而且要知其所以然。他说："求知是人类的本性"，而"我们应须求取原因的知识，因为我们只能在认明一事物的基本原因后才能说知道了这事物。"②那么，怎样才能求取原因的知识呢？这就必须借助于逻辑论证。"只有借助于论证的知识才是知识。""论证的知识就是由我们获得论因而获得的一种知识。"③既然只有借助于逻辑论证而获得的知识才是科学的知识，那么，如何进行论证以及怎样的论证才是正确的就成为获得科学知识的最关键环节。正是为了满足"求取原因的知识"的需要，亚里士多德系统地研究了逻辑论证。

亚里士多德研究逻辑论证的另一重要原因是由于人们在进行论证过程中出现的错误。我们知道，纪元前五世纪是希

---

① 参见杨百顺：《西方逻辑史》，四川人民出版社1984年版，第36页。

② 亚里士多德：《形而上学》第1、6页。

③ 亚里士多德：《后分析篇》72b，16；73a，22—23。

腊奴隶主民主主义的繁荣时期。在奴隶主民主主义制度下，较多的自由民获得了参加政治和文化活动的机会。这时，是否能对政治生活发生影响，常常取决于在公众会议上或法庭上是否善于辞令，能否发表有说服力的演说。于是在古希腊的雅典就出现了一批传授修辞、演说术和论辩术的教师，自称为智者。后期智者为了教人在辩论中取胜，不择手段，随意混淆是非，玩弄名词概念，搞诡辩术。亚里士多德称"智者的技术就是毫无实在内容的似是而非的智慧，智者就是靠一种似是而非的智慧赚钱的人。"① 既然智者的论辩是一种毫无实在内容、似是而非的诡辩，那么什么样的论辩才是正确的，怎样才能判别错误的论辩呢？亚里士多德在《论辩篇》和《辩谬篇》中系统地研究了这些问题。如果说获得科学知识对论证的需要是引起亚里士多德研究论证的正面原因，那么，智者不合常理的诡辩则是引起亚里士多德研究论证的反面原因。

直到今天，这两方面仍然是形式逻辑为什么研究逻辑论证的根本原因。我们必须承认科学知识来源于实践，但科学知识并不是感性材料的堆积，而是关于人类认识事物的一般规律的系统总结。要获得科学知识就必须在实践的基础上，由感性认识上升到理性认识，从特殊中认识到一般。一般说来，我们在实践中变革的对象总是具体的，在实践中获得的知识总是关于某个具体对象的特殊的，个别的知识，并且常常是只知其然，而不知其所以然。要把这种个别的知识上升到一般理论，产生由特殊到一般、由个性到共性的飞跃，知事物之所以然，就不能不对错综复杂的实践结果进行理论分

① 《古希腊罗马哲学》，三联出版社1957年版，第144页。

析，而逻辑论证则是任何理论分析中所不可缺少的。一个真理性的认识往往要经过由实践（个别、特殊）到理论（一般、普遍），由理论到实践的多次反复才能获得。而这个由实践到理论，由理论到实践的反复过程同时也是一个由特殊到普遍、由普遍到特殊的逻辑论证过程。特别是当我们对人类在某方面的认识进行总结，形成一门系统的科学理论时，逻辑论证就更是不可缺少的工具。科学理论的发展经历了漫长而曲折的道路。一门科学理论只积累了一定数量的概念、范畴、原理和定律，还不能算作是一种完善的理论，只有将所积累的概念和原理等依据理论的内在联系组织起来，进行严密的逻辑论证，形成严密的理论体系，这门科学理论才算成熟。即使那些经过逻辑论证和多次实践检验而形成了的科学理论也常常需要对其进行再论证。这就是在科学知识传播过程中所进行的逻辑论证。既然科学知识的形成与传播都需要逻辑论证，那么我们就不能不对逻辑论证本身进行科学的认识。

另外，人类的认识由于受客观认识对象的复杂性和每一时代人类认识的局限性这两方面的制约，不可能一下子达到对事物本质的认识。科学知识的获得是个曲折、渐进、循环上升的过程。在这样一个复杂的过程中所进行的逻辑论证不可能都是正确的，人们在逻辑论证过程中会不自觉地犯逻辑错误。其次，出于反科学和反动政治目的等的需要，一些人故意违背逻辑规律和论证规则，用似是而非的议论为错误论点作论证。这些在逻辑论证中由于不同的原因而导致的自觉或不自觉的逻辑错误是形式逻辑研究逻辑论证的另一重要原因。

二、数理逻辑研究形式证明的原因

对于数理逻辑研究形式证明的原因通常存在着这样一种理解：数理逻辑之所以研究形式证明就是因为形式证明比非形式证明（指形式系统外的所有逻辑证明）更精确。也就是说，非形式证明是借助于自然语言进行的，自然语言是有歧义的；非形式证明没固定的格式和严格的先后顺序，证明的程序不够完善；待证的论题往往借助于那些具有极大明显性的判断和推理规则而被证明了，而这些判断和推理规则却因其明显性而从未被证明过。因而，非形式证明在逻辑上是不够严谨的。形式证明则把直觉的明显性的依据降低到最小的程度，提高了确定证明的有效性和正确性的逻辑标准；证明规则得到严格的表述；在证明时只引用形式证明所必须的前提，消除其余前提；借助逻辑手段排除出现暗含前提的可能；证明的每一步都是可以检验的。因此，形式证明具有严密的精确性。似乎情况是这样：数理逻辑研究形式证明的根本原因是由于非形式证明的不严格性引起的，其目的当然也就是为了克服非形式证明的不严格性而研究形式证明。在持这种见解的人看来，数理逻辑研究形式证明也达到了克服非形式证明的不严格性的目的，形式证明与非形式证明具有一种"扬弃"关系。按着这种看法，既然形式证明保存了非形式证明值得保存的东西，而又克服了其不严格性的缺陷，那么一切逻辑论证就都能够在形式系统内进行。事实上，要在形式系统内证明所有的数学定理都是不可能的。比如，关于形式算术系统的无矛盾性定理的证明就不能在形式系统内进行。要在形式系统内进行所有逻辑论证就更不可能了。

以上的这种理解是一种通常的误解。数理逻辑研究形式证明的根本原因是为了满足发展数学基础理论的需要，解决数学基础理论研究过程中出现的疑难。也就是说，数理逻辑研究形式证明的目的并不在于弄清怎样进行一般的逻辑论证才能更精确、更合逻辑，而在于通过研究形式证明来展开形式系统，以便能在形式系统内陈述某一数学理论，弄清什么是形式化，从而能够对形式系统本身进行数学研究。正如王浩教授所说的那样："认为研究数理逻辑首要的是从事形式思维，这是一种通常的误解。重要之点却是使'形式的'这一概念精确化，因而能数学地进行关于形式系统的研究。这就给数学别开了新生面。"① 要消除这种通常的误解，明确数理逻辑研究形式证明的真正原因和目的，简略地回顾一下数理逻辑研究形式证明的历史是十分必要的。

数理逻辑所研究的形式证明指的是形式系统内的形式定理证明，其研究形式证明的历史实质上也就是逻辑演算（命题演算和谓词演算）的建立和完善的历史。在逻辑演算建立和完善的过程中，最值得一提的是弗雷格、罗素和希尔伯特。弗雷格初步地建立了一个严格的逻辑演算，罗素在此基础上，扩大和丰富了逻辑演算的理论系统。逻辑演算的完善化直到希尔伯特在他与阿克曼合著的《数理逻辑基础》中给出了严格的形式系统，才算完成。无论是弗雷格、罗素，还是希尔伯特，他们研究逻辑演算都与数学基础问题的研究密切相关。

弗雷格与罗素研究逻辑演算的原因（也就是研究形式证明的原因）是为了探究数学科学的性质和数学思维的规律。

① 王浩：《数理逻辑通俗讲话》，科学出版社版，第14页。

十九世纪初期以来，在积累了大量材料和成果之后，数学研究要求对基础理论进行深入和有系统的探讨，人们提出了要深入理解数学科学的性质。提出了数学定理为什么如此必然？什么是数？什么是自然数？我们能否给数下定义？数学的公理能否从逻辑规律推导出来？数学与逻辑的关系是什么？等尖锐的数学基础理论问题。正是为了回答这些理论问题，弗雷格建立了初步自足的逻辑演算。弗雷格是个数学家，他对逻辑的兴趣并不是来自逻辑自身，而是来自数学基础问题。他认为，分析的算术化最后必然建立在自然数理论之上，而自然数理论的探讨又必然要研究数的概念以及正整数命题的性质。正是为了精确地定义数和自然数，弗雷格才建立逻辑演算。

罗素也是著名的数学家。他的逻辑演算也是以数学的逻辑为研究对象。他想要弄清的问题是：为什么数学知识能有这样的性质。他反对康德的主观唯心主义的观点，即数学知识来源于主观的“感觉的纯粹形式，也不同意经验主义者认为数学依赖于经验的归纳。他认为数学可以从逻辑中推导出来。正是为了从逻辑推出数学，罗素与怀特海合著了《数学原理》，尽量找出符号逻辑的所有原理，以便能把数学从这种符号逻辑导出。尽管罗素增加了两条非逻辑公理（选择公理和无穷公理），仍然没能达到从逻辑推导出全部数学的目的，其积极成果则是建立了一个完全的命题演算和谓词演算。

希尔伯特研究逻辑演算的直接原因来自于对数学基础理论的相容性证明。用王浩的话说就是：“Hilbert（希尔伯特，引者注）的目标是沿另一条途径用协调性证明给数学获得一种明白无误的辩护。”①

① 王浩：《数理逻辑通俗讲话》，科学出版社版，第160页。

在数学史上，对数学理论的相容性曾长期进行相对证明，就是借助于相容性尚需证明的数学理论来证明另一数学理论的相容性。这种证明开始于非欧几何。在《几何原本》中，第五公设（平行公理）与别的公设相比显得很繁杂，它不象公设，倒象是一条定理。于是数学家便对其进行"证明"，试图把它作为定理从别的公设中推出，结果都失败了。直接证明不成，人们便用反证法，即别的公理、公设不变，假设第五公设假，试图从而导出矛盾。当人们这样去作时，不但没导出矛盾，而且得出一门新几何，即非欧几何。从否认第五公设没导出矛盾不等于否认第五公设绝不会导致矛盾。因此，非欧几何的成立是需要对它的相容性进行证明的。

人们在证明非欧几何的相容性时，用的是解释方法。这种方法的基本思想是：我们订出一套解释规则，规定在新几何中的点、直线、平面该对应于欧氏几何中的什么概念，新几何中的相遇、介于、合同等关系该对应于欧氏几何中什么关系，使得新几何的公理经过解释后，能够变成欧氏几何中的定理。这样一来，新几何中的一切定理经过解释后就自动地变成欧氏几何中的定理了。如果新几何出现矛盾，这两条互相矛盾的定理经过解释后就会变成两条相互矛盾的欧氏几何定理，从而欧氏几何也就矛盾了。我们既然承认欧氏几何没有矛盾，所以新几何亦没有矛盾。①

这只是关于非欧几何的相容性的相对证明，即相对欧氏几何来说，新几何是无矛盾的。可是人们既然追问非欧几何的相容性证明，同样地，也可以追问欧氏几何的相容性证明，也就是说欧氏几何的相容性也要给出证明。于是人们求助于解析几何。借助于解析几何，一切几何命题都可以表示

① 参阅莫绍揆：《数理逻辑初步》第20－26页。

为代数（实数的）命题。其解释规则已为每个中学毕业生所知道。比如，我们把几何中的“点”可以用一对实数（x，y）表示，“线”可以用一元二次方程：$A_x + B_y + C = 0$ 表示等。这样，只要代数（实数的）没矛盾，欧氏几何也就没矛盾了。这就把几何的相容性证明还原到代数（实数的）中去。

但是，问题并没有解决，人们仍然要追问实数代数（实数论）的相容性证明。人们又一次用解释方法把实数论的相容性证明还原到自然数的集合。最后又把自然数论的相容性证明还原到集合论。而集合论却出现了“悖论”（自相矛盾）。集合论的相容性是整个整学相容性的支柱，集合论“悖论”使人们对数学基础的相容性产生怀疑，出现了第三次数学危机。

希尔伯特认为，这种相对相容性证明对个别数学理论来说可能是必要的，而对整个数学来说是无用的。这种证明只是把一种理论的相容性还原到另一种理论的相容性中去，另一种理论的相容性仍需要证明，这不能从根本上解决问题。于是，他提出要直接证明数学理论的相容性，这就是希尔伯特规划。①规划的基本思想是：把数学理论公理化，建立形式系统，把数学推理和证明转换成形式系统内的定理推演。然后通过证明形式系统的相容性来证明数学理论的相容性。希尔伯特规划虽然没达到预期目的，却促进了对逻辑演算的形式化研究，建立了完善的形式系统。

由此看来，数理逻辑研究逻辑演算，构造形式系统，研究形式系统中的形式证明的根本原因是为了满足发展数学基础

---

① 参考莫绍揆著：《数理逻辑初步》，上海人民出版社 1980 年版，第37—38页。

理论问题的需要，解决数学基础理论研究中出现的疑难。弗雷格建立逻辑演算是为了精确地定义自然数和从逻辑中导出算术定理。罗素是为了能从逻辑推出全部数学。希尔伯特则是为了解决数学史上的老大难问题，即关于数学基础理论的相容性证明。数理逻辑对形式证明的研究从未单独进行过，它一直是作为解决数学基础理论问题的手段而被建立和发展起来的。

三、两门学科的不同研究目的

引起形式逻辑研究逻辑论证的原因和引起数理逻辑研究形式证明的原因不同，决定了这两门学科各自的研究目的不同。形式逻辑研究逻辑论证的根本目的是使人们能在思维中正确地进行论证，以提高人们思维的论证性和说服力，揭露诡辩手法，提高识别谬论、诡辩的能力。数理逻辑研究形式系统内的形式证明的根本目的并不在于说明怎样能够进行更精确的数学定理证明，而在于说明怎样在形式系统内陈述数学理论，弄清什么是形式化，从而能够对形式系统本身进行数学的研究。

科学知识的获得与传播不能离开逻辑论证。这就使人们不能不提出怎样才能进行科学的逻辑论证的问题。如果人们能够明确论证的本质，总结出逻辑论证的方式和规则，并且在逻辑论证中能自觉地运用各种证明方法，遵守各种论证规则，那么，必将大大有助于科学知识的发现和传播。然而，实际上并非有思维能力的人都能正确地运用各种论证方式，自觉地遵守论证规则。其中多数人是由于缺乏逻辑训练，认识水平不高造成的。而少数人也有故意违背逻辑规律和论证规则的。形式逻辑研究论证的目的就是要揭示论证的本质，

总结各种论证方法和规则，使人们能正确地应用各种论证方法，遵守论证规则，自觉地进行逻辑论证，以提高人类思维的论证性和说服力。并在此基础上，研究各种误用逻辑的手法，揭露诡辩的实质，以提高人们识别谬论、诡辩的能力，掌握克服谬论，反驳诡辩的逻辑方法。形式逻辑几千年的历史发展表明它的这种目的是能够达到的。

逻辑演算的建立和完善化的过程表明，对形式证明进行研究完全不是研究者的根本目的。无论是弗雷格、罗素还是希尔伯特，他们完全不是为了研究怎样才能进行更精确的逻辑论证，才建立逻辑演算的。在他们看来，构造形式系统仅仅是研究数学基础理论问题的手段。在弗雷格看来，建立逻辑演算，可以借助它来更精确地定义自然数，推导出算术定理。在罗素看来，则可以借助逻辑演算外加两条非逻辑公理能推出全部数学。而在希尔伯特看来，构造形式系统，借助形式证明，可以在形式系统内陈述某一数学理论，进而证明某一数学理论的一致性问题。所以，逻辑演算仅仅是数学家解决数学基础理论问题的手段，它是随着数学家们对数学基础理论问题研究的不断深入而附带发展起来的。正因为形式系统内的形式证明并不是研究者的根本目的，因而当我们试图在一个形式系统中证明一个定理时，我们并不用机械的方法试验一切可能的证明，而即使在我们借助于直观找到一个证明之后，我们一般地也不去自找麻烦地写下形式证明。也就是说，形式系统令人感兴趣的用途是对形式系统进行探讨得出关于形式系统的一般结论。例如，哥德尔不完备性定理等。① 所以，数理逻辑研究形式证明的根本目的在于展开形

---

① 参考王浩：《数理逻辑通俗讲话》，科学出版社版，第14页。

式系统，借助于形式证明，我们可以明确什么是形式化，以便对形式系统本身能够作数学的研究。

第五节　逻辑论证与形式证明在科学认识中的作用

逻辑论证与形式证明在科学认识中都具有重要的作用。逻辑论证是探索和证明真理、驳斥谬误的重要手段；形式证明则是一个形式系统展开的手段，其它是解决数学基础理论问题的有力工具。形式证明可以把人类思维的复杂的推理过程分解成许多极为简单的步骤，这样我们就可以把人脑所从事的一些工作交给机器来做。随着计算机科学的迅速发展，形式证明在计算机科学中不断取得广泛的应用，也产生了这样一种看法：“从19世纪末起，逻辑中形成了形式证明的概念，取代了旧的证明”。① 形式证明真的能取代旧的证明（逻辑论证）吗？要正确理解逻辑论证与形式证明在科学认识中的作用，必须首先消除形式证明可以取代旧的证明的错误认识。

一、对错误认识的剖析

形式证明可以取代逻辑论证的观点直接导源于对逻辑论证与形式证明在科学认识中的作用的错误理解。在持这种观点的人看来，逻辑论证虽然在科学认识中起着重要作用，但同时也有其缺陷。逻辑论证是借助已被证明的真理性较明显的论断来确定真理性较不明显的论断的真实性的思维过程。

① 参见И·Я·楚巴欣主编：《形式逻辑》，上海人民出版社1981年版，第204页。

由于在论证中借助了直观明显性，这就使得论证不够严格。因为，这个人看来是明显的可以直接用作论证根据的并不需要专门进行论证的东西，在另一个人看来却会认为是非常复杂的不可以直接用作论证的根据而需要进一步论证的东西。比如，欧氏几何的平行公设在古代一直被认为是不需证明的命题，而后来的数学家却为证明这条公设花费了大量精力。所以，依赖直观明显性，往往使逻辑论证建立在一些可疑的根据上。另外，由于逻辑论证是借助于自然语言来进行的，因而自然语言的不精确和歧义现象也是造成论证不严格的原因。逻辑论证的这些“缺陷”使其在科学认识中的作用大大受到限制。

形式证明的特点是：在进行证明时采用了系统的技术性符号语言，对直观明显性的依赖降低到最小限度。证明的规则得到严格的表述。证明的每一步都合乎公认的规则，证明的前后有序而严谨，使得在每一步骤上都能够检验其是否正确。这种严格的形式证明在科学认识中得到广泛地应用。①

从严格性上看，形式证明的确要比逻辑论证优越的多。既然如此，我们似乎理所当然应该接受这样的看法：形式证明克服了逻辑论证的局限性，有了形式证明，逻辑论证不再是科学的证明方式了，它在科学认识中已失去意义，只有严格的形式证明才是唯一科学的证明方式。这种看法是不正确的。形式证明的严格性是以撇开逻辑证明的具体含义，撇开具体命题中的内容为代价的。实证科学中的逻辑论证揭示的论题的意义是确切的，进行的论证是持之有故的。因而当我们把形式证明应用于这些领域时，它所具有的严格性未必能起到严格性的作用。我们具体考察一则应用形式证明检验逻

① 参考И·Я·楚巴欣主编：《形式逻辑》第204页。

辑论证的例子来作详细理解。

有些人是说谎者，

亚当斯是人，

因此，亚当斯是说谎者。

我们把这一论证形式化：

$\exists x(M(x) \wedge L(x))$，

Ma，

La。

我们通过给出下列解释证明这一论证是无效的：

（i）解释域＝正整数的集合。

（ii）谓词和专有名称的解释：

M(x) = x是正整数

L(x) = x是偶整数

a = 1

（iii）原语句的解释：

真（1）$\exists x$（x是正整数并且x是偶整数）

真（2）1是正整数

假（3）因此，1是偶整数。

根据最普通的算术常识，我们立刻可以看出（1）和（2）是真的，而（3）是假的。这就证实了该论证是无效的。①

在实证科学和日常思维中，再也不会有比只包含一个直言三段论更简单的逻辑论证了。可是要对它进行形式证明的检验却是十分复杂的，需要经过两步转换。如果应用形式证明去检验一篇几千字论文的逻辑论证结构，其复杂性就更难以想象。在进行这种检验之前，我们必须把一篇论文在进行

① 参阅〔美〕P·苏佩斯：《逻辑导论》，中国社会科学出版社1984年版，第88页。

逻辑论证时省略的前提和结论补充起来（这不能用机器做，只能由人脑来做），所花费的劳动量也很惊人。如果不把这些省掉的东西补全，就无法进行形式化。至于把复杂的论证转化成形式证明，再给出这种形式证明的解释就更复杂了。

应用形式证明检验逻辑论证的复杂性并不是问题的关键，问题的关键是应用形式证明检验逻辑论证能否具有形式证明自身的严格性？即是否完全作到不受自然语言和直观因素的影响。事实上，在检验过程中很难谈得上形式证明所要求的那种严格性。从上面的例子可以见到，要对一个逻辑论证进行形式检验，需经过两步，先把逻辑论证形式化，然后通过给出形式证明的语义解释的正确或错误来判定形式证明的有效性（有效或无效），进而判定被形式化的论证的有效或无效。无论是对逻辑论证进行形式化，还是对形式证明进行语义解释，都不可避免地要受到直观因素的影响和自然语言的语义限制。在这两个转换中产生错误的可能性远不亚于在一个论证过程产生错误的可能性。更重要的是，当我们给出形式证明的某种语义解释时，实质上是对被形式化的逻辑论证的一种"还原"。也就是说，为了检验逻辑论证的严格性，要将它转化为形式证明，可是形式证明的有效性仍然需要解释为某种逻辑论证才能得到断定。到头来，实际上是在用逻辑论证检验自身，这等于没有检验。在上面举的例子中，实际上就是用论证：

"（1）$\exists x$（x是正整数并且x是偶整数）。

（2）1是正整数。

（3）因此，1是偶整数。"

来检验论证（简称"说谎者"三段论）：

"有些人是说谎者。

亚当斯是人。

因此，亚当斯是说谎者。”

根据最普通的算术常识断定（1）、（2）的真和（3）的假与根据最普通的逻辑常识断定“说谎者”三段论是不正确的没什么区别。两种断定都要依靠对自然语言的语义的直观理解。前一个论证的错误从直观上看并不比“说谎者”三段论的错误更明显。这种形式检验不仅不能达到检验的目的，而且由于转了两个没必要转的弯，往往会产生更多的错误。

另外，这种形式检验方法是极为有限的，它不适用于带全称量词的公式。如，要明确推理：

“凡有机体都有新陈代谢。

因之，有些无机体没有新陈代谢。”

在形式上是否正确，就要判定下列公式：

$\forall_x(F(x) \supset G(x)) \supset \exists x(\neg F(x) \wedge \neg G(x))$，

是否普遍有效。这个公式的普遍有效性就不能用上述的直观语义解释方法来判定。因为它涉及无穷个体域，我们不可能把无穷个体都例举出来。美国逻辑学家丘奇已经证明，对于一阶谓词逻辑中的任一公式的有效性，不存在机械的检验方法（象用真值表检验命题公式是否是重言式那样）。既然谓词演算中的公式的普遍有效性是不可判定的，那么依据它来检验逻辑论证则是不可能的。

一般说来，数学基础理论都可以在一阶谓词演算范围内形式化，形式系统内的数学定理证明要比非形式数学定理证明严格，我们可以借形式系统内的数学定理证明来检验形式系统外的数学定理证明的严格性。比如，

定理：对于每个x，y和z，如果$x+y<x+z$，那么$y<z$。

证明：根据定理假设有：

(1) $x+y<x+z$

令(1)中的"x"是"0",我们得到:

(2) $0+y<0+z$

从公理1和公理6①,我们有:

(3) $0+y=y+0=y$

(4) $0+z=z+0=z$

运用恒等式(3)和(4),我们从(2)推出:

(5) $y<z$。证毕。

这是个错误的证明。在从(1)到(2)的推论中,对(1)中的变项"x"、"y"和"z"是不能替换的,即"令(1)中的'x'是'0'"是错误的。这个命题是被当作是一个理所当然的正确前提而被引入证明的,其它不是公理或已证定理,也不是前提假设。这个错误是非形式证明中常犯的且是不易被觉察的。但如果把从(1)到(2)的推演换成形式推导,这种错误就十分明显了。

形式定理:$\forall_x\forall_y\forall_z(x+y<x+z\supset y<z)$(论域:x、y、z∈N)

形式证明:(1) $x+y<x+z$ 〔p〕

(2) $\forall x(x+y<x+z)$ 〔(1)$\forall_+$〕

(3) $0+y<0+z$ 〔(2)$\forall_-$〕②

……

从这个形式证明中,我们见到(1)中的变项x、y、z都

① 公理1、$\forall_x\forall_y(x+y=y+x)$

公理6、$\forall_x(x+0=x)$

参见〔美〕p·苏佩斯:《逻辑导论》中国社会科学出版社1984年版,第360—361页。

② $\forall_+$表示全称量词引入律,$\forall_-$表示全称量词消去律。

是自由变项，所以我们不能对（1）施行全称概括，然后运用全称限定规则作出相当的替换。通常我们要在一个非形式证明中对自由变项作替换时并没想到是在先作全称概括，然后作全称限定。

从这个例子的分析中可以看出，形式系统内的数学证明的确比系统外的要严格。可是，在实证科学和日常思维中，形式证明并没能给我们提供一个防止产生错误证明的能行方法。当我们用形式证明去检验逻辑论证的严格性时，反而变得更加不严格。其根本原因在于，形式证明本质上是一种数学证明，而与逻辑论证是有实质差别的。形式证明本身就是一种更严格、更抽象的数学证明，我们当然可以用一种较严格的数学证明方式去检验较不严格的数学证明，就如同用真理性较明显的论断来确立真理性较不明显的论断一样。就实证科学中的逻辑论证而言，由于形式证明与逻辑论证是本质不同的两种证明，形式证明的严格性对逻辑论证来说已失去意义。因为形式证明的严格性是以抛弃证明的内容为前提的，而这恰恰是逻辑论证所要坚持的。因而，当我们用形式证明去检验逻辑论证的严格性时也就必然走向荒谬。

由此可见，形式证明的本质决定了其作用对象。脱离形式证明的本质，片面扩大形式证明的作用，必然走向谬误。逻辑论证的本质也决定了其在科学认识中的重要作用，片面夸大逻辑论证的局限性而蔑视其在科学认识中的重要作用，也必然走向谬误。形式证明与逻辑论证的本质区别，就已经决定二者不可能相互代替。所以，认为形式证明可以取代旧的证明的观点，不仅是对逻辑论证与形式证明在科学认识中的作用的一种错误认识，归根结底，是不明确这两种证明的本质区别。虽然持这种见解的人也见到了两种证明在现象上

的差别（比如，形式证明在外观上就比逻辑论证严格，使用符号，证明过程前后有序），一旦认识到这两者的本质区别，那种在表面上的差别也就成了一种假象。

二、形式证明在科学认识中的作用

我们通过逻辑演算中的形式推理研究演绎理论，其主要目的之一就是为了在逻辑演算中陈述数学理论。我们能够在形式系统内陈述包括初等代数、自然数论、集论、实数论等在内的数学基础理论。同一数学定理的形式证明远比在形式系统外进行的证明严格。这是不是意味着我们在学习或研究数学证明时，都在形式系统内进行，而非形式的数学证明则是不必要的了呢？不是。

构造形式系统的目的不在于具体研究系统内的形式定理证明，而在于研究整个形式系统的性质。形式证明的作用也不是指它能帮助我们进行严格的定理证明，而在于它是形式系统展开的手段。同样，构造形式数学系统的目的也不是为了能在形式数学系统内进行严格的数学定理证明，而是为了能够把某一数学理论作为一整体来加以研究。形式数学系统内的形式证明的作用也不在于其严格地证明了那条数学定理，而在于其能够说明数学定理证明都能在形式系统内进行，形式系统是完备的，从而能够对形式系统本身进行数学的研究。

这就是说，尽管我们能够在形式系统内陈述数学理论，系统内的定理证明也比较严格，可是，在形式系统外的（非形式的）数学证明仍然是十分必要的。我们在平时学习和讲授数学证明时仍然要借助于直观在系统外进行。这主要是因为，形式证明十分繁锁，许多在直观上看来无需进行证明

或者可以简单地得到证明的东西，它都要给出严格的证明。情况常常是这样，直观上看越无需证明的东西，其形式证明就越复杂。这对于掌握和研究数学证明来说，是毫无必要的。事实上，真正的数学定理证明都是在形式系统外进行的，形式系统内的数学定理证明仅仅是对已经证明了的数学定理的一种更严格的重述。“在形式数学系统中作出形式定理的形式证明，情况也是这样，也是把非形式的定理证明翻译（重点号引者加）到形式系统中来，就是用谓词逻辑中的合式公式和形式推理写出原来的非形式的证明。作出数学定理的这种形式证明，想法实际上是来自对于数学理论的直观理解，而不是来自形式推理。”①

一般说来，真正的数学证明都是在形式系统外进行的，这并不是说，形式证明在发现新的数学定理证明中不起作用。我们知道，现代数学所取得的一系列重要成果都是建立在对形式系统的性质的研究之基础上的。比如，哥德尔不完备性定理就是通过对形式系统本身进行数学研究而获得的。而形式证明则是任何一形式系统展开的唯一手段，没有形式证明，形式系统就无法展开，因而也就不能在形式系统内陈述完备的数学理论，当然也就无法把这一数学理论作为整体来研究，得出关于整个数学理论的性质的定理及其证明。所以，数学定理的证明虽然不是通过形式证明直接得到的，但它却是获得重大数学成果的必要手段。

另外，数理逻辑所研究的形式证明是把日常思维的推理过程形式化的结果，并且它把人类思维的复杂的推理过程分解成许多极为简单的、机械的步骤。这就使得人类有可能利用机器代替人脑的工作，就如同人类用机器代替人的两手来

① 胡世华、陆钟万：《数理逻辑基础》，科学出版社1983年版，第366页。

劳动一样。目前，利用计算机辅助人脑进行数学证明已经取得较大成功，比如“色定理”的证明。在这方面，我国也作出显著成绩。吴文俊同志从理论上研究了初等几何机器证明的基本原理，肯定了这些几何的定理证明可以借助于计算机来实施。完全依赖机器来完成未证的数学定理的证明虽然还没成为现实，但却不能否认其可能性。

三、逻辑论证在科学认识中的意义

逻辑论证在科学认识中的意义，怎么估计都不算过头。概括说来，可以从以下五个方面来说明。

1．逻辑论证在发现真理过程中的作用

逻辑论证能使猜想、假说和其它科学推测变成严谨有据的知识，充实科学真理的宝库。科学史上许多著名的科学发现产生于“笔尖上”，也就是说，它是作为对假设进行非常复杂的推理和逻辑论证得到的。比如，著名的化学家门捷列夫根据他发现的化学元素周期律，从理论上论证了许多先前化学中未知的元素的存在，象“亚铝”就是其中的元素之一。门捷列夫不仅根据逻辑推理预见到“亚铝”的存在，推断出“亚铝”的某些物理属性和化学属性，而且证明了“亚铝”的比重是5.9。1875年法国化学家布瓦勃德朗发现了元素镓，这种元素的物理属性和化学属性与门捷列夫预见的“亚铝”完全符合，只是比重有出入。门捷列夫给法国科学院写信说明镓的比重不是4.7，而是5.9左右，布瓦勃德朗重新检查了他的实验，发现镓的纯度有问题，于是重新测定了镓的比重，结果是5.94，证实了门捷列夫的预见。其它比如：牛顿的“地环是椭圆”的理论，物理学史上的电磁波，基本粒子中的中子的发现，天文学史上海王星的发现等，也

都是通过逻辑论证得到的。这些都充分说明了逻辑论证在科学发现中的巨大作用。

2．逻辑论证在建立科学理论体系中的作用

逻辑论证是建立科学理论体系的工具。科学理论体系建立的过程也就是进行严密的逻辑论证的过程。没有经过逻辑论证而形成的知识，只能算作经验，而不算是科学的理论。比如，中国古老的针灸术，在临床上治愈了大量的不同患者，取得很大成绩，早已为中外医疗所广泛运用。但是为什么针灸穴位可以治病，它的根据是什么？怎样从理论上作出回答？仍是医学界研究的重要课题。也就是说，只知其当然，而不知其所以然的知识，还不能算真正科学的知识。许多经过实践验证为正确的认识，还必须给以逻辑论证，从而使经验上升为严谨的理论体系，使我们的认识更深刻、更系统。

3．逻辑论证在科学传播中的作用

逻辑论证是传播真理的重要手段。不仅尚未确立的理论知识，需要给出其逻辑论证。即使已经确立的科学知识，在许多情况下，仍需对它进行再论证。因为，它的真实性是否明显是因人而异的，对某些专业人员来说，其真实性是十分明显而无需证明的，而对于非专业人员来说，它的真实性就未必是明显的，往往需要作进一步的论证。科学知识的传播和普及都属于这种情况。逻辑论证对于接受和理解科学理论也是非常重要的。由于任何一种科学理论都是借助于逻辑论证而建立的，都有其内在的逻辑结构。弄清楚科学理论的内在逻辑结构，能帮助我们系统、准确地掌握科学理论。比如，要抓住一篇科学论文的中心思想，就必须首先分析它的论题是什么。单知道一篇论文的中心思想是什么只能算知道，而不能算理解，因此还必须问为什么是。这就需要分析

论证论题的论证，通过分析论据以及它与论题的关系达到对中心思想的理解。这就是说，逻辑论不但对科学知识的传播者来说是至关重要的，而且也是被传播者接受知识的媒介。

4．逻辑论证在反驳谬误中的作用

真理总是在同谬误的斗争中发展，无论是在探索真理，还是在传播真理的过程中，驳斥谬误总是十分必要的。在探索真理过程中所提出的猜想、假说未必都是正确的，因而在探索过程中，“证伪”（证明猜想、假说为伪）也是很重要的。如果我们已经证明这个假说是不成立的，那么就没必要再为论证这个假说成立而花费无效劳动，应放弃它建立新假说或者对原来的假说加以修改。即使是科学理论也只是对客观现实的近似反映，并不存在绝对真理。通过“证伪”，我们可以进一步修改科学理论，使其更符合于客观现实。从牛顿的经典力学到爱因斯坦的相对论就是在这方面典型的例子。在社会科学领域，驳斥谬误就显得更加重要。一切腐朽的反动势力，在同进步势力进行斗争时，总是宣扬反动的、荒谬的论点，扼杀真理，玩弄诡辩。对此，我们必须给以无情的驳斥。驳斥谬误实际上只不过是一种特殊的论证，一般的逻辑论证在于确立论题的真，反驳的目的则在于揭露论题的假。

5．逻辑论证在实践检验真理中的作用

科学的逻辑论证不是脱离实践而孤立进行的。逻辑论证的出发点和论证方式都是实践的产物，逻辑论证得到的结论仍然要经受实践的验证。严格的、科学的逻辑论证的作用，不过是实践检验作用的间接的、集中的表现。从归根结底的意义上说，实践是检验真理的唯一标准。但这并不排斥逻辑论证在检验真理中的作用。抛开逻辑论证讲实践检验实际上是把

实践检验简单化了。

检验理论的特定实践，无论它怎样精确和细致、总还是具体的、特殊的，而被检验的理论则总是具有一定的抽象的、普遍的形式。没有逻辑论证的帮助，没有从特殊到普遍和从普遍到特殊的推理过程，就不能实现理论和实践的结合，也就不能从具体实践去充分证实或驳倒某个理论原理。例如，巴斯德曾以实验“证明”从无生命的东西决不可能产生生命。实际上，他的实践所真正证明了的东西，不过是在目前地球的普遍条件下和很短的时间内不可能从无生命的东西产生出生命而已。恩格斯对巴斯德的实践作了逻辑的理论分析，指出这样的实践并不能证明它所要证明的东西，并以严格的逻辑论证了最初生命的起源是无生命的东西。人类实践的历史表明，在这个问题上正确的是恩格斯而不是巴斯德。

科学理论都要经受实践经验，并不等于说所有的科学理论非得直接受到实践的验证才是真实的（可信的），或者可以从直接的实践得到验证。一个科学原理，只要根据可靠、理论前提和事实材料都是经实践多次验证的，它的结论是经过严密的论证得出的，一般说来这个结论的真理性是无可怀疑的。马克思、恩格斯在实践、事实基础上，深刻分析了资本主义社会的经济、政治制度，揭示了资本主义社会内部尖锐的矛盾，由此而得出严谨的逻辑结论——资本主义必然灭亡，社会主义必然胜利。如果有谁否认逻辑论证的可靠性，在未经实践检验之前（俄国十月革命前）而怀疑这个结论的真理性，那就象一个外科医生的手术方案，不管它根据如何充分可靠，逻辑如何严密，只有在手术完后（得到实践检验后），才可以确立其真理性一样，是迂腐可笑的。另外，某些

科学原理是不能直接由实践检验的。比如，哲学上诸如“时空的无限性”这样具有普遍性的论题，在数学上诸如“哥德巴赫猜想”这样的定理等，都不能直接由物质生产和科学实验来检验，只能依靠严密的逻辑论证。

逻辑论证与形式证明是本质不同的。形式证明中的“证明”一词并不具有通常理解的（即与论证同义使用的）含义，而具有数学演算的性质。二者的本质不同决定了二者各自具有不可相互取代的作用。既然如此，那么以逻辑论证为研究对象的形式逻辑和以形式证明为研究对象的数理逻辑这两门不同的学科当然也不可能相互代替。各自的意义也很不相同。数理逻辑的研究能够满足现代数学发展的严格性要求，成为现代数学理论研究的得力工具。形式逻辑虽然不能满足现代数学发展的严格性要求，但它却是人类思维实践不可缺少的工具。只要人类还进行着思维，运用着自然语言（只要思维就要用自然语言），形式逻辑就永远不会失去其存在的价值，无论其它学科发展到怎样成熟的程度。

本 章 小 结

逻辑论证就是通过一个或一些真实性较明显的判断，来断定另一个判断的真实性。逻辑论证的本质是以真证真，它以事物间的因果联系为客观根据。存在于人类思维的论证总是借助于自然语言进行的，因此，对语词的论证也就是对语词表达的思想的论证，对语词表达的思想的论证也就是对表达这个思想的语词的论证。在具体论证中，自然语言的语义是唯一的、确定的，它本身不会导致论证的不严密性。

形式证明是形式系统内的形式定理证明，形式系统则是

数学本身发展的高度抽象化的结果。因而形式证明本质上是一种更抽象、更严格的数学证明。它以事物间的函数关系为客观根据。函数关系与因果关系是有差别的。函数关系主要是从数量上描写事物的联系。而因果关系则是事物的质的联系。由于形式证明使用了形式公理化方法，抛开了被公理化的全部内容，使用了系统的符号语言。这就使得形式证明失去了"证明"的本来含义(与论证同义)，仅仅表现为由一个符号公式到另一符号公式的演变，具有了数学演算的性质。

逻辑论证与形式证明在结构上的区别比较明显。从构成结构的要素看，论题总是具有一定意义的判断，而形式定理则是一个真值函数式；论据是能作为论题的根据和理由的真实判断，而形式前提则是与形式定理具有形式演绎关系的一组真值函数式的组合。从各自的结构方式上看，论证是演绎、归纳、类比等多种推理形式的综合运用，形式证明则是单一的形式演绎。

逻辑论证规则与形式证明规则是性质不同的两种规则。逻辑论证规则是关于论证这种思维形式的逻辑语义规则。它规定什么样的判断才能是论题，什么样的判断才能成为论据。它是根据论证的本质和论证要达到的目的制定的。它是规范在论证中论据与论题之间的关系符合于客观事物间的因果联系的思维规则。形式证明规则是构成符号语言系统、规定形式系统内的符号公式变形的逻辑语法规则。它是通过完全抛开通常的推理规则的含义得到的。它是满足形式系统对数学定理证明的严格性要求的有效手段。

形式逻辑对论证的研究是在科学知识的积累和更新过程中对逻辑论证的需要以及人们在进行逻辑论证过程中所出现的逻辑错误引起的。其目的是使人们能在思维中正确地进行

论证，以提高人们思维的论证性和说服力，揭露诡辩手法，提高识别谬论的能力。数理逻辑构造形式系统，研究形式证明是由发展数学基础理论的需要以及在数学基础理论的研究过程中出现的疑难引起的。其目的是在于说明怎样在形式系统内更严格地陈述数学理论，弄清什么是形式化，从而能够对形式系统本身进行数学的研究。

逻辑论证与形式证明在科学认识中的作用各不相同。逻辑论证是探索真理，建立科学理论，传播科学和反驳谬误的工具，并且是实践检验真理的辅助手段。形式证明则是一形式系统展开的手段，它是获得重大数学成果的中间环节。形式证明为数学定理的机器证明开辟了广阔的视野。

逻辑论证与形式证明的本质、结构及其作用都各不相同，分别以二者为研究对象的形式逻辑和数理逻辑自然也是两门性质不同的学科，一是属于思维科学，一是属于数学。

第六章　逻辑思维规律与重言式

逻辑思维规律与重言式是两类性质不同的规律。同一律、不矛盾律与排中律，是形式逻辑的三条基本规律。因此，必须对思维形式规律与真值形式规律作比较研究。

第一节　思维形式的规律与真值形式的规律

所谓正确的思维，即正确反映客观现象间的联系的思维。怎样才能正确反映客观现象间的联系呢？思维有两方面，一方面是思维内容；一方面是思维形式。一定的思维内容必须通过一定的思维形式才能表达出来。真实的思维内容和正确的思维形式统一起来，才能正确地反映客观现象间的联系。若想真实的思维内容和正确的思维形式统一起来，这除了在辩证唯物主义世界观的指导下，具备必要的客观知识外，还必须善于正确地运用思维的逻辑形式。亦即要善于正确的使用概念、判断、推理这些形式。那么，怎样才能使概念明确、判断恰当、推理合乎逻辑？每种思维形式都有它们各自的特殊规则，在运用每种思维形式时，除了要遵守它们各自的规则外，还必须遵守逻辑思维的规律。形式逻辑所研究的逻辑思维规律有：同一律、不矛盾律、排中律（简称

"三律")和充足理由律。它们反映了思维形式的确定性、一贯性、无矛盾性和有论证性，贯穿在各种思维形式之中。这些规律是各种思维形式的一般规律，遵守这些规律是正确思维的必要前提。

数理逻辑研究的复合命题主要是一类一类的复合命题。在处理复合命题时，它有两个显著特点：其一是把构成复合命题的支命题作为"原子命题"来处理。"原子命题"就是不包含任何联结词的命题。比如，若p代表"5是自然数"，q代表"地球是行星"，则p、q都是"原子命题"。其二数理逻辑撇开复合命题的支命题间的其它任何联系，只从支命题的真假来考虑复合命题的真假。这样处理的结果，就使得构成复合命题的支命题成为仅仅具有真、假意义的相互独立的"原子命题"，逻辑联结词成了仅仅反映复合命题与支命题之间的真假函数关系的真值联结词。由"原子命题"和真值联结词而构成的真值函数关系式就称为真值形式。这样的真值形式最基本的有五个：否定式（$\neg p$），析取式（$p \vee q$），合取式（$p \wedge q$），蕴涵式($p \supset q$)，等值式（$p \equiv p$）。由这五个真值形式，经过各种各样的相互组合，可以形成各种复杂的真值形式。这样形成的真值形式是无限多的，但从类型上看，可以分为三类：（1）常真类。不论其中变项取什么值，真值形式的值总是真。如，$p \vee \neg p$。（2）时真时假类。如，$p \supset q$等。（3）常假类。不论其中变项取什么值，真值形式的值总是假的。如，$p \wedge \neg p$等。

我们把第一类真值形式，即取值常真的真值形式称为重言式。通常我们把命题演算称为重言式系统，可见，重言式是命题演算研究的主要内容。重言式反映了真值联结词的一些逻辑特征（如合取式两端可以互换等），它是关于真值联结

词的规律、与同一律不矛盾律和排中律相应也有“$p=p$”、“$\neg(\neg p \wedge p$”、$\neg$“$p \vee p$”三个重言式。许多新的形式逻辑版本都把这三个重言式理所当然地看作“三律”的正确表达式；①数理逻辑则直接称这三个重言式是“同一律”、“不矛盾律”、“排中律”。②对这种作法如不严格说来则是不严格的，如严格说来则是错误的。

思维形式与真值形式是两个性质十分不同的概念。思维形式是人类所特有的高级反映形式。它表现为类比、归纳、概念、判断、推理、论证等的系列。思维形式是客观事物某方面的特性在人们意识中的反映，是人类认识经验长期重复而固定下来的结果。列宁说：“……人的实践经过千百万次的重复，它在人的意识中以逻辑的格固定下来。这些格正是（而且只是）由于千百万次的重复才有着先入之见的巩固性和公理的性质。”③每一种思维形式都是有客观根据的，而不是主观臆造的。思维总是要借助于自然语言来进行，思维形式的表达也离不开自然语言。所以，思维形式、思维形式的客观根据和思维形式的语言外衣三者是“三位一体”的。真值形式不是思维形式系列，也不是思维形式系列上的一环，而是真值函数式，是数学上的一种特殊函数关系。

思维形式与真值形式既然是两个性质完全不同的概念，思维形式的规律与真值形式的规律自然也是两类性质不同的

---

① 参见И·Я·楚巴欣主编、宋文坚等译：《形式逻辑》，上海人民出版社1981年版，第95、98页。

朱志凯主编：《形式逻辑基础》，复旦大学出版社1983年版，第26页。

② 参见胡世华、陆钟万：《数理逻辑基础》，科学出版社1981年版，第233、252页。

莫绍揆：《数理逻辑初步》，上海人民出版社1980年版，第53—54页。

③ 《列宁全集》，人民出版社1959年版，第38卷，第233页。

规律。“三律”不等于与其相应的重言式，与其相应的重言式也不足以表达“三律”的实质内容。

第二节　同一律与“P＝P”

形式逻辑对同一律通常是这样陈述的：关于任一对象的思想的外延和内涵，在对该对象进行论断的过程中应当严格确定和始终不变。或者是，在同一个思维过程中，对同一个对象的思想必须是确定的，一个思想反映什么对象就反映什么对象。同一律的本质内容在于强调“思想的同一性”。“p＝p”的语义解释是：同真同假的命题是相等的。“p＝p”反映了“真值的同一性”。“思想的同一性”与“真值的同一性”是有区别的。

“思想的同一性”指的是概念或判断在推理、论证中的同一性。也就是说，在一个思维过程中，如果某一概念具有确定的内涵和外延，那么，这一概念便要保持这同一的内涵和外延；如果一个判断断定了某对象具有某属性或某关系，那么，这个判断便要保持这同一个断定。

在同一思维过程中，概念要保持与其自身同一，否则就要导致思想混乱。为什么一个概念要在同一思维过程中保持与自身的同一呢？任何概念都是对处在一定时空条件下的客观对象的反映，而在一定时空条件下的任何对象，都只是它自身而不是其他。尽管思想的任何对象都是在随着时间的运行而不断发展变化的，可是，发展变化总是某个对象的发展变化，而不是任何别的对象的变化。对象与其自身同一和对象是发展变化的，二者并不矛盾。比如，小树在没被折断以前，不会是柴禾；在没成材以前，不会是大树。当人们在

头脑中形成“小树”这个概念以后，“小树”这个概念自然只等于自身，决不会是“柴禾”或“大树”。当我谈小树春天萌发绿叶，夏天枝条茂密，秋天霜叶赤红时，说的是“小树”在春、夏、秋的变化而不是石头的变化。在思维中，不保持这种概念的同一性，就会导致思想混乱。比如，“变是绝对的，不变是相对的。我们的干部由农村进到大城市，也肯定会变。只有认真读马、列和毛主席的书，密切联系群众，才能保持不变”。这段话中，作者四次运用了同一个词“变”，但这个词的涵义是不一样的：第一和第二个“变”，是泛指变化；第三个和第四个“变”，是专指政治立场和思想作风的变化。这段话违背了同一律，犯了偷换概念的逻辑错误，使人们不知其所云。

在同一思维过程中，判断要保持与其自身的同一。这是因为任何判断都反映了对象间的某种联系。在特定时空条件下，对象之间具有什么样的联系，那么，它们就有这样的联系。尽管客观世界的各个对象都是具有很多属性的，在我们关于各个对象的论断中，就可能有时注意它们的这一些属性；有时又注意它们的另一些属性。但不管怎样，我们总应该将这些属性归诸同一个思想对象。在思维中，判断不保持其自身的同一性，就会犯转移论题的逻辑错误。比如，《庄子·逍遥游》中，记载了惠施与庄子的这样一段对话：惠施说，我有一棵大椿树，它的主干凸凹不平，小枝又弯弯曲曲，木匠无法用它做器具。它长在路旁，木匠走过时对它看也不看，如今你说的话就象这棵椿树一样，大而无用。所以，大家听也不听就离开了。庄子说：这样的大树枝叶茂盛，来往的过路人可以在树荫下徘徊休息，睡觉乘凉，何等逍遥。在这段话中，庄子对惠施的反驳就犯了转移论题的错

误。惠施用一棵不能做器具的大椿树作比喻，论证了“庄子的话大而无用”。庄子无法反驳，就把论题转移到“可以在树荫下乘凉，徘徊休息，何等逍遥”上，从而走向诡辩论。转移论题是诡辩论者经常使用的诡辩手法。

“真值的同一性”说的是同真或同假的命题是等值的。在形式定理的推演过程中，具体表现为同真或同假的命题是可以相互置换的。比如，在希尔伯特看来，“如果雪是白的，那么 $2+2=4$。”和“如果 $2+2=4$，那么雪是白的。”都成立。我们分别将它们形式化为：$p \supset q$ 和 $q \supset p$。根据希氏定义：

$$p \equiv q =df\ (p \supset q) \wedge (q \supset p)$$

这两个命题合起来就是“‘雪是白的，等于‘$2+2=4$’”。“雪是白的”是真命题，“$2+2=4$”是真命题，仅从真值的角度考虑，这两个命题相等，具有真值同一性，可以理解为“$p \equiv p$”。

有人要提出异议，认为“$2+2=4$”与“雪是白的”是两个不同的命题，不能都用P表示，即“‘$2+2=4$’等于‘雪是白的’”应形式化为“$p \equiv q$”。“真值的同一性”只具有真值意义，即只要与其自身等值（同真或同假）就合乎真值同一性要求。“$2+2=4$”与“雪是白的”无论在别的方面有什么不同，可是，在同是真命题这点上看，没什么两样。既然“$p \equiv q$”，那么完全可以用“p“代“q”而有“$p \equiv p$”，或者用“q”代“p”有“$q \equiv q$”。这不仅不违背“真值的同一性”要求，而且恰恰体现了它的要求。

很显然，有“真值的同一性”未必有“思想的同一性”。“$2+2=4$”与“雪是白的”两命题有“真值的同一性”，谁也不会说这两个命题有“思想的同一性”。这两个命题表达

的思想的差别是不言自明的，前者反映了某种等量关系，后者反映了某事物的某种属性。这种在思想上的差别决定了这两个命题的形式也不一样，前者是一关系判断，后者是一性质判断。仅就这两个命题的形式而言，我们不能肯定这两个命题都是关系判断，也不能肯定它们都是性质判断；但我们既可以肯定“$2+2=4$”是真命题，也可以肯定“雪是白的”是真命题。

这就是说，具有思想同一性就必然具有真值同一性，而具有真值同一性却未必具有思想同一性。“思想的同一性”与“真值的同一性”的这种差别决定了“$p\equiv p$”不能作为同一律的正确表达式，我们也没理由称“$p\equiv p$”是“同一律”。

把“$p\equiv p$”视为同一律的表达式是错误的。由于“$p\equiv q=df(p\supset q)\wedge(q\supset p)$”，当然也就有“$p\equiv p=df\ p\supset p$”。因而，人们往往把“$p\supset p$”与“$p\equiv p$”同样地视为同一律的表达式。“表示同一律的命题在P、M(《数学原理》罗素与怀特海合著。引者著）中可以是‘$\vdash\cdot p\supset p$’那一命题，或‘$\vdash\cdot p\equiv p$’那一命题”。① 这会导致更严重的错误。

“$p\supset p$”表示真值蕴涵关系，而不表达“思想的同一性”。如果把“$p\supset p$”解释为同一律，就会遇到一个不可克服的困难，即导致“真”、“假”同一的悖论。所谓蕴涵关系P为真，就是并非前件真而后件假。按着这个定义，当以命题p的真假二值作代入时，从上述所谓的同一律公式中可得到如下三个结果：

① 金岳霖：《逻辑》，三联书店1978年版，第190页。

（1）真⊃真；（2）假⊃假；（3）假⊃真。

综合（2）、（3）可知：假命题或者蕴涵假命题，或者蕴涵真命题，而一切命题非真即假。所以，（甲）：“假命题蕴涵一切命题”。

综合（1）、（3）可知：或者真命题蕴涵真命题，或者假命题蕴涵真命题，既然任何命题非真既假，则（乙）：“任何命题蕴涵真命题。”

（甲）、（乙）构成著名的“蕴涵怪论”。但它是同一律合乎逻辑的推论。如果把同一律的乙式视为“$p \supset p$”就无法对上述的（3）和（甲）、（乙）作出正确的语义解释，要么就导致真、假同一的悖论。

有人认为从“$p \supset p$”不可能得出“假⊃真”。这又是与这样两条著名的命题演算的定律相悖的。

（1）$(\neg p \supset p) \supset p$ ①

（2）$(p \supset \neg p) \supset \neg p$ ②

（1）定律是说，如果有$\neg p \supset p$，则p＝真。用莫绍揆先生的话说就是：“如果由$\neg p$而推出p，则p必真”。令p＝真代入$\neg p \supset p$，即得：“假⊃真”。

（2）定律是说，如果有$p \supset \neg p$，则$\neg p$＝真。用莫绍揆先生的话说就是：“如果由p而推出$\neg p$，则p必假”。令$\neg p$＝真代入$p \supset \neg p$即得：“假⊃真”。③

蕴涵式成为真的，当其并非前件真而后件假时。所以，蕴涵式本身在三种情况下是真的，而在一种情况下是假的。假值可能蕴涵真值乃是蕴涵关系不可更改的本性。因此，把

---

① 卢卡西维茨：《亚里士多德的三段论》，商务印书馆1981年版，第104页。

② 肖尔兹：《简明逻辑史》，商务印书馆1977年版、第92页。

③ 莫绍揆：《逻辑代数初步》，江苏人民出版社1980年版，第50页。

“$p \supset p$”视为同一律的表达式只能导致更严重的错误。

第三节 不矛盾律与“$\neg(\neg p \wedge p)$”

形式逻辑的不矛盾律是说：在对任何一个特定的对象的论断过程中，不能在同一方面既肯定什么又同时否定什么，否则，这两个判断就不能同时都是真的。或者说，在同一思维过程中，对同一个对象不能有自相矛盾的思想，一个思想不能既反映什么又不反映什么，既反映这个对象又不反映这个对象。与不矛盾律相应也有个重言式即：$\neg(\neg p \wedge p)$。同样道理，不矛盾律强调的是“思想的无矛盾性”。与它相应的重言式则强调“真值的无矛盾性”。“思想的无矛盾性”与“真值的无矛盾性”是有差别的。

“思想的无矛盾性”是说，在同一思维过程中，对于同一关系与同一时间上的同一思想对象的两种相互对立的思想不能都是真的，必有一假。具体说，两个思想对立指这两个思想具有矛盾关系或反对关系。如果两个思想处于矛盾关系，那么，它们反映了某一个问题上的两种绝对不相容的可能性，这两种可能性穷尽了某一问题的一切可能，因此，不能都真，也不能都假，必是一真一假。如果两个思想处于反对关系，那么，它们所反映的某一问题的两种可能性虽然相互排斥，但由于没穷尽某一问题的一切可能，因此，这两种思想不可能都真，而有可能都假。

矛盾关系与反对关系的共同点是两种可能性都不相容，都不能同真。不矛盾律就是要求人们在思维中不得有相矛盾或相反对的思想。否则，就会出现自相矛盾。那么，什么样的思想才是自相矛盾的呢？比如，杜林曾经提出“可以计算

的无限数列”这个概念，企图以此反对辩证唯物主义关于时间和空间无限性的观点。恩格斯批判指出：“可以计算的无限序列的观念，换句话说，杜林的囊括世界的定数律，是一个形容语的矛盾，它本身就包含着矛盾，而且是荒唐的矛盾。”① 杜林杜撰的“可以计算的无限数列”是个自相矛盾的概念，可以计算就说明是有限的，而不可能是无限的；无限数列是无法计算的。所以，“可以计算”与“无限数列”是两个相互矛盾的概念，不可能同真。再比如，对同一朵花下这样两个判断：“这朵花是牡丹”；“这朵花是芍药”。也会违背不矛盾律。因为，这两个判断是相互否定的，这朵花是牡丹就不能是芍药，是芍药就不能是牡丹。两个判断不能同真，但可能同假。这是由于“牡丹”和“芍药”并没穷尽所有的花种，这朵花既不是芍药，也不是牡丹的客观情况是存在的。

“真值的无矛盾性”指的是“同一命题”不可能既真又假，或者说，不能断定“真∧假”为真。这里所说的“同一命题”与一般所说的同一命题有所不同，它比通常理解的同一命题要宽泛的多，只是从命题的真、假值考虑，而不考虑命题的内容。也就是说，所有的真命题都是“同一命题”，所有的假命题也都是“同一命题”。比如，只从真值上说，“2 + 2 = 4”是与“雪是白的”自身“同一”的命题，二者都是真命题；“2 + 2 = 5”是与“雪是黑的”自身“同一”的命题，二者都是假命题。所以，只要肯定“真∧假”为真就会违背“真值的无矛盾性”要求而导致真值矛盾。更明确说，肯定任意一对真、假命题为真都会导致真值矛盾。比如，同时肯定：

---

① 《马克思恩格斯选集》第3卷，第90页。

（1）所有的事物都是运动的。（真）

（2）并非所有的事物都是运动的。（假）

会导致真值矛盾，即是说，同时肯定（1）和（2）也就是肯定“真∧假”为真。同样，同时肯定：

（3）$2+2=4$。（真）

（4）雪是黑的。（假）

也会导致真值矛盾。就同时断定一真、一假命题这点而言，（1）、（2）与（3）、（4）是无差别的。

如果从形式逻辑的不矛盾律看，这两对命题的差别却是很大的。（1）、（2）这对判断具有矛盾关系，同时肯定二者为真会导致逻辑矛盾。而后一对即（3）、（4）这对命题既不具有矛盾关系，也谈不上具有反对关系，二者并不是就某一对象或相互具有对立关系的两个对象而言的，而是相互独立的一真、一假的两个命题，同时肯定两者为真构不成严格意义上的逻辑矛盾。如果肯定两者为真也算是逻辑矛盾的话，那么没有人会在思维实际中犯这样的逻辑错误。

这就是说，具有真值矛盾性的两个命题未必具有思想矛盾性，即在思想上可能是毫不相干的。而具有思想矛盾性的两个判断也未必具有真值矛盾性，因为两个相互对立的思想有可能都假。在思维中同时肯定两个相互对立（反对关系）的思想为真，尽管这两个思想都是假的，也是违背不矛盾律的，但并不违背真值无矛盾性。正因为有这种情况存在，或者说，正是由于“思想无矛盾性”与“真值无矛盾性”的这种差别，才使得我们根据不矛盾律作推理时只能由真推假，而不能由假推真；根据真值无矛盾性则既可以由真推假，也可以由假推真。

另外，假如我们把“$\neg(\neg p \wedge p)$”只看作不矛盾律

的表达式，而不把它作为重言式来考虑，那么这个符号公式也不能表达不矛盾律的全部内容。也就是说，“p∧¬p”不能表达所有的逻辑矛盾。通常所说的“自相矛盾”、“出尔反尔”、“自己打自己嘴巴”等都是对逻辑矛盾的生动描述。而“自相矛盾”一词是出自这样一则寓言故事：楚人有鬻盾与矛者。誉之曰：吾盾之坚，物莫能陷也；又誉其矛曰：吾矛之利，于物无不陷也。或曰：以子之矛，陷子之盾何如？其人弗能应也。卖矛和盾的人，一方面肯定他的矛能刺穿所有的盾；另一方面又肯定他的盾能阻挡任何矛。既然他的盾能阻挡任何矛，当然，也能阻挡他自己的矛。所以，他的矛不能刺穿所有的盾。这便与“矛能刺穿所有的盾”构成逻辑矛盾。这个经典的逻辑矛盾就无法用“p∧¬p”来表达。若用“p”表示“矛能刺穿所有的盾”，则“¬p”就应是“并非矛能刺穿所有的盾”。可是，“并非矛能刺穿所有的盾”与“矛不能刺穿所有的盾”是不等的。从判断形式上看，前者是A判断的否定判断，它等值于O判断，而后者则是E判断。E判断与O判断是有差别的。

从这个例子可以看出，针对同一对象，在同一条件下肯定相互反对的思想（即具有A与E的关系的思想）会导致矛盾，比如，“这个人是共产党员”与“这个人不是共产党员”；“所有的人都是科学家”与“所有的人都不是科学家”等，同时肯定这些相互否定的判断会导致思想矛盾。这些成对的判断都具有A与E的关系，可是“非A”并不等“E”，“非E”也不等于“A”。所以，这些成对的判断并不具有p与¬p的关系，因而，也就不能用“p∧¬p”这个符号公式来反映或表达这些逻辑矛盾。

逻辑矛盾是思想歪曲现实的产物，客观现实本身是不存

在逻辑矛盾的。严格说，逻辑矛盾是思想矛盾，是思想的谬误。因此，它是任何正确的思维所必须排除的。不矛盾律就是排除思想矛盾的有力工具。真值矛盾是对“真∧假”断定为真的结果，它是个永假式，当然其否定也就是一个永真式。所以，重言式“¬（P∧¬p）”反映了真值联结词“∧”的本质特征，即只有当命题变项同取真值时，合取式才是真的。否则，就是假的。由于真值矛盾未必就是逻辑矛盾，逻辑矛盾也未必是真值矛盾。因而，排除逻辑矛盾的不矛盾律与否定真值矛盾的重言式是有严格区别的。“¬（¬p∧p）”既不是不矛盾律的正确表达式，也不能称它为“不矛盾律”。

第四节　排中律与“PV¬P”

形式逻辑的排中律，是说在论断过程中，必须对问题作出明确的肯定或者否定，这时，两个相互否定的判断中必有一个是真的。或者说，在同一个思维过程中，一个思想或者反映某个对象，或者不反映某个对象，二者必居其一。与排中律相应的重言式是“p∨¬p”。它是说，“同一命题”与其否定必有一真。同样道理，“思想的排中性”与“真值的排中性”是不同的。

“思想的排中性”是建立在现实中不存在“第三者”的客观情况基础上的。如果客观上存在“第三者”就谈不上排中。在认识过程中，我们往往碰到在思维中必须反映如下一个简单事实的情况：事物或它们的性质，当我们撇开它们的客观的发展变化时，它们要么存在，要么不存在；要么有，要么没有。这就要求，在思维中，对处于矛盾关系的概念或判断不能都肯定为真，也不能都肯定为假，或真或假，必居

其一。

“真值的排中性”则是建立在穷尽命题取值的可能性的基础上的。就一命题取值的可能性来说，只可能有真、假二值，不可能存在第三值。因而，一个命题非真即假，非假即真。“真值的排中性”只考虑命题的真值，而撇开命题的内容；而“思想的排中性”恰恰是由判断的思想内容决定的。比如：

（1）太阳是一颗卫星。（假）

（2）地球是一颗行星。（真）

这两个命题只从真值上看是相互矛盾（真值矛盾）的。（1）是假命题，（2）是非假即真命题。对任何具有真值矛盾的两个命题，都可以根据“真值的排中性”进行由假推真或由真推假的推论。因此，根据“真值排中性”，我们可以由（1）的假推出（2）的真，由（2）的真推出（1）的假。可是，从思想内容上看，（1）与（2）不具有矛盾关系，是述说两个不同对象的两个独立的“原子命题”。由于这两个判断所反映的思想不具有非此即彼的矛盾关系，就无法根据排中律进行由此及彼的推断。

这就是说，并不是任意两个真、假命题之间都存在“思想的排中性”。而只有那些在内容上具有矛盾关系的判断之间才有“思想的排中性”。比如，在确定战争性质的特定论域中，对某一战争，或者说其是正义战争，或者说其是非正义战争，在同一条件下，不能说这一战争既不是正义的，又不是非正义的。这两个矛盾判断必有其一反映了这一战争的真实性质。只有针对此类的相矛盾的判断而言，才谈得上思想排中，才能在论证中，根据排中律作由此及彼的推断。排中律只适用于具有矛盾关系的一对判断，而“真值的排中性”

则适用于所有“原子命题”。所以，具有“思想的排中性”就必然具有“真值的排中性”；具有“真值的排中性”却未必具有“思想的排中性”。“p∨¬p”反映了真值排中性，它不能作为排中律的表达式，称它为“排中律”当然也是不恰当的。

同一律，不矛盾律与排中律和“p＝p”、“¬（¬p∧p）”、“p∨¬p”的区别，还表现在各自的相互关系上。同一律，不矛盾律和排中律虽然都是思维确定性的表现，但这三条规律的内容、要求和作用是有区别的。而从真值上看，“p＝p”、“¬（¬p∧p）”、“p∨¬p”三者是等值的，即在同取真值上是毫无差别的。

同一律说，一个思想肯定就是肯定，否定就是否定。它从肯定方面表达思想的自身同一性，从而提出在同一思维过程中思想必须保持同一的要求。不矛盾律在同一律的基础上进一步对思维确定性给以展开，指出既肯定又否定的思想是逻辑矛盾，不能同真，必有一假，从而提出在同一思维过程中思想不能自相矛盾的要求。排中律又比不矛盾律深入一层，从另一侧面指出两个相互矛盾的思想不能同假，必有一真，从而提出在同一思维过程中不得出现模棱两不可的思想的要求。由于“三律”的内容、要求不同，各自的作用也不同。同一律从正面保证思想的同一性，而没揭示思想的相互矛盾问题，而不矛盾律和排中律则进一步指出思维中的逻辑矛盾问题，起到了从反面保证思维的同一性的作用。具体说来，不矛盾律与排中律的作用也各不一样，不矛盾律指出自相矛盾的思想不能同真，至少有一假，可能都假。因此，不矛盾律常在揭露自相矛盾的虚假性时发挥作用。排中律要求思维不应含糊不清，指出相互矛盾的思想不能同假，必有一

真。因此，排中律常用来迫使论敌在两个矛盾的论断中作出明确的抉择。

从语义上讲，即从“$p \equiv p$”、“$\neg(\neg p \wedge p)$”、“$\neg p \vee p$”的真值上讲，三者可以互推，真值都相等。在命题演算中通常有这样三个定义：

（1）$p \supset q =df \neg p \vee q$

（2）$p \wedge q =df \neg(\neg p \vee \neg q)$

（3）$p \equiv q =df (p \supset q) \wedge (q \supset P)$

定义中的“p”、“q”表示“原子命题”，我们可以将定义中的p、q用任意的命题变项替换，只要在被替换的变项的每一处都作替换。这就是通常说的代入规则。根据代入规则，我们首先将定义（1）、（3）中的“q”代以“p”得：

（4）$p \supset p = \neg p \vee p$

（5）$p \equiv p = (p \supset p) \wedge (p \supset p)$

由此可见，

（6）$p \equiv p = p \supset p = \neg p \vee p$

由定义（2）得：

（7）$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$

将“$\neg p$”代入（7）式，替换q得：

（8）$\neg(p \wedge \neg p) = \neg p \vee \neg\neg p = \neg p \vee p$

由（6）、（8）可得：

（9）$p \equiv p = \neg p \vee p = \neg(p \wedge \neg q)$

所以，只从真值角度看，“$p \equiv p$”、“$\neg(\neg p \wedge p$”、“$\neg p \vee p$”确实毫无差别，是相等的。从符号的排列结构上看，三者的差别是很大的，但这种差别只是一种语法差别，而与语义毫无关系，就如同由词怎样构成句子的句法与一个句子的含义是完全不同的两码事一样。

第五节　“三律”和它相应的重言式

一、“三律”是形式逻辑的基本规律

同一律、不矛盾律和排中律是客观事物的确定性在人脑中的正确反映。在一定的时空条件下的同一方面，任何事物或事物之间的相互联系都只等于自身，这就是客观事物的确定性。根据事物的确定性，一事物如果存在，那么它就存在；它不能既存在又不存在；它或者存在或者不存在，不可能在二者之外。它与别的事物有某个联系，就有某个联系，不能既有又没有这个联系。它或者有这个联系或者没有这个联系。事物的这些确定性反映在思维中就是同一律、不矛盾律和排中律。客观事物的确定性是“三律”坚实的客观基础。对此亚里士多德早就有过明确的表述。他在《形而上学》一书中说：“在同一时间，在同一方面，同一事物不能既具有又不具有某属性”。“同一事物不能同时既是又不是，或者，不能同时具有任何其它的两个相反的属性。”① 正是因为“三律”是对客观事物确定性的反映，它才成为思维正确反映世界的最基本的前提条件，成为制定思维形式规则的最基本依据，并因此而成为形式逻辑的基本规律。

这就是说，以客观事物的确定性为其基础的同一律、不矛盾律和排中律之所以是形式逻辑基本规律，主要有两个根据：“三律”是思维正确反映客观世界的最基本的前提条件；“三律”是各种思维形式规则的内在根据，思维形式规则都

① 亚里士多德：《形而上学》1005 b18－21，1061b35－1062a1。

以保证思维的确定性为目的。

呈现在我们面前的客观世界是千变万化的，要认识这个世界就必须把这个运动变化、相互联系的自然之网在思维中割碎，否则，认识就无法进行。（列宁语）也就是说，认识开始总是要把相互联系的认识对象以及认识对象本身相互联系的各种属性分割开来进行抽象的概括，总结出关于某一具体对象或某一属性的抽象规定，进而用概念的形式把这种认识成果固定下来。客观事物是千变万化的，这总是指确定的事物的变化；客观事物间的联系是错综复杂的，而事物之间有规律性的联系则是可确定的。事物自身的确定性和事物之间相互联系的规律性使这种认识成为可能，并且决定这种认识只能这样进行。因为，如果不知道事物是什么，就不可能知道它会怎么样。没有关于事物的确定性的认识，就无法理解其发展、运动。“三律”正是揭示了这种认识的本质，它是使这种认识活动得以进行的最基本的前提条件。

在思维过程中，要把一事物同其它事物区别开，把一事物的属性同别的属性区别开，思维自身必须保持同一性，否则，就无法把事物及事物的属性区别开。要反映一事物或某事物的某属性是什么，思维自身必须保持无矛盾性和排中性，在指出事物之间和事物属性之间的区别时，不能既肯定它是什么，又肯定它不是；也不能不作肯定。否则，就根本无法弄清事物或属性本身究竟是什么，认识就无法进行。客观事物自身不存在“自相矛盾”和“模棱两可”的问题，只有自相矛盾、模棱两可的思维，没有“自相矛盾”、“模棱两可”的事物。所以，思维一旦产生自相矛盾和模棱两可，思维正确反映现实则成为不可能。同一律从正面，不矛盾律、排中律从思维的反面指出了思维正确反映现实的前提条件。

"三律"是关于思维形式的规律，关于思维形式的规律反映了思维形式的本质。思维形式规则是思维形式规律的具体表现，思维形式规律是思维形式规则的内在根据。我们正是从"三律"是各种思维形式规则的内在根据的意义上，称它为形式逻辑的基本规律。

思维形式是思维中的一般，它与思维内容相比具有相当广泛的普遍性和十分明确的形式结构。列宁曾说，任何一门具体科学都是应用逻辑。也就是说，每门科学都是运用概念、判断进行推理、论证的科学，都是由概念、判断、推理和论证组成的理论体系。"事物是运动的"、"玫瑰花是植物"等，都具有"所有s是p"的形式结构。不同的思维内容可以借助相同的思维形式来表达，各种思维内容之间往往具有相同的联结方式。这就使得思维形式能靠建立一系列确定的规则来保证其一贯性和无矛盾性。虽然建立各种具体的思维形式规则要依据不同类型的思维形式自身的特点，但是建立思维形式规则的共同的、基本的依据则是"三律"。思维形式规则从不同的侧面直接或间接地体现了思维的确定性和无矛盾性，"三律"的要求溶化在思维形式规则之中。因此，同一律、不矛盾律、排中律是思维形式的基本规律。

二、"千篇一律"的重言式

重言式是重言的真值形式，重言的真值形式是其值常真的真值形式。重言式是真值形式的规律，命题演算只研究作为重言式的真值形式，而不研究非重言的真值形式。其研究特点是把所有的重言式穷尽无遗地包括在一个整体之内，组成一重言式系统。在重言式系统内，我们便可以从几个重言式出发，运用形式演绎法推出所有的重言式。

真值形式有没有基本规律呢？也就是说，有没有基本的重言式？关于这点，金岳霖先生在《知识论》中曾详细论述过。他说："从一逻辑命题之所以为逻辑命题说，或一逻辑命题之所以为必然命题说，它们都是千篇一律的。它们都是穷尽可能的命题，它们都不以任何可能为事实，都以任何可能为可能的命题，此所以它们不能假而必然地真，不但所谓思想律是这样的命题，即其它的逻辑命题，也就是这样的命题"。① （重点号引者加的）这里的"逻辑命题"指的是重言式，"思想律"指与"三律"相应的重言式。

在通常的公理系统中，总是把作为出发点的公理看成是比演绎出的定理更基本、更重要。在形式系统中是否也这样？回答却是否定的。在形式系统中，所有的重言式都一样，某一重言式无论对别的重言式而言，还是对某一重言式系统而言，都不存在基本与非基本之别。我可以通过构造两个演绎等价的形式系统来说明这一点。

所谓演绎等价的形式系统就是在性质、推导出的重言式的数量上都相等，只是所选择的公理不同的形式系统。要证明两个形式系统是演绎等价的，只要证明两个系统是可以互推的就可以了。从证明形式系统的演绎等价性，我们将会见到，一形式系统的公理可以作为另一系统的定理，一系统中的定理也可以作为另一系统的公理，但这并不影响形式系统的性质和所推出的重言式的数量。现在我们来证明两个形式系统的等价性。

初始符号

甲类：p，q，r，s，p_1，q_1，r_1，s_1，p_2，…。

乙类：$\neg$，$\vee$。

① 金岳霖：《知识论》，商务印书馆1983年版，第413页。

丙类：（，）。

形成规则：

（甲）一甲类符号 π 是一合式公式。

（乙）如符号序列 x 是合式公式，则 $\neg$ x 是合式公式。

（丙）如符号序列 x 和 y 是合式公式，则（x∨y）是合式公式。

（丁）只有适合以上三条的符号序列是合式公式．定义。

定义甲：（A⊃B）定义为（$\neg$A∨B）。

定义乙：（A∧B）定义为$\neg$（$\neg$A∨$\neg$B）。

定义丙：（A≡B）定义为（（A⊃B）∧（B⊃A））。

变形规则：

（甲）代入规则。将合式公式A中出现的某甲类符号 π 到处都代以某一合式公式B，从而得到合式公式 $A\frac{\pi}{B}$，叫作代入。从⊢A可得⊢ $A\frac{\pi}{B}$。

（乙）分离规则，从⊢A和⊢（$\neg$A∨B）可得⊢B。

（丙）定义置换规则，定义两方可以互相替换。

（丁）三段论规则，从⊢（A⊃B）和⊢（B⊃C）可得⊢（A⊃C）。

括号省略规则：

（甲）最外面的一对括号可以省略。

（乙）真值联结词的结合力依下列次序而递增：

≡，⊃，∧，∨。

A系统公理：

公理1：⊢（（p∨p）⊃p）。

公理2：⊢（p⊃（p∨q））。

公理3：⊢（（p∨q）⊃（q∨p））。

公理4：$\vdash ((q\supset r)\supset((p\vee q)\supset(p\vee r)))$。

B系统公理：①

公理1：$\vdash (p\supset(q\supset p))$。

公理2：$\vdash(((p\supset(q\supset r))\supset((p\supset q)\supset(p\supset r)))$；

公理3：$\vdash ((\neg p\supset\neg q)\supset((\neg p\supset q)\supset p))$。

公理4：$\vdash ((p\supset q)\supset((q\supset r)\supset(p\supset r)))$。

以上是A、B两个系统的出发点。这两个形式系统是演绎等价的。现在我们来进行证明，先从B系统出发来证明A系统的公理：

定理B_1：$p\supset p$

证

（1）$p\supset(q\supset p)$　〔公理B_1〕

（2）$p\supset((p\supset p)\supset p)$　〔（1）代入$p\supset p/q$〕

（3）$(p\supset(q\supset r))\supset((p\supset q)\supset(p\supset r))$ 〔公理B_2〕

（4）$(p\supset((p\supset p)\supset p))\supset((p\supset(p\supset p))\supset(p\supset p))$　〔（3）代入$p\supset p/q$，p/r〕

（5）$(p\supset(p\supset p))\supset(p\supset p)$　〔（2）、（4）分离〕

（6）$p\supset(p\supset p)$　〔（1）代入p/q〕

（7）$p\supset p$　〔（5）、（6）分离〕

定理B_2：$(p\vee p)\supset p$

证

（1）$(\neg p\supset\neg q)\supset((\neg p\supset q)\supset p)$〔公理$B_3$〕

（2）$(\neg p\supset\neg p)\supset((\neg p\supset p)\supset p)$〔（1）代入$p/q$）

（3）$p\supset p$　〔定理B_1〕

① B系统公理参考E·Mendelson著Introdution to Nathematical Logic。关于这两个系统的出发点和A系统公理参考王宪钧著《数理逻辑引论》。

(4) $\neg p \supset \neg p$　〔(3) 代入 $\neg p/p$〕

(5) $(\neg p \supset p) \supset p$　〔(2)、(4) 分离〕

(6) $(\neg\neg p \vee p) \supset p$　〔(5) 定义置换〕

(7) $(p \vee p) \supset p$　〔(6) 定义置换〕

定理B_3：$(p \vee q) \supset (q \vee p)$

证

(1) $(p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))$　〔公理B_4〕

(2) $(q \supset (\neg p \supset q)) \supset (((\neg p \supset q) \supset p) \supset (q \supset p))$　〔(1) 代入 q/p，$\neg p \supset q/q$，p/r〕

(3) $p \supset (q \supset p)$　〔公理B_1〕

(4) $q \supset (\neg p \supset q)$　〔(3)代入 q/p，$\neg p/q$〕

(5) $((\neg p \supset q) \supset p) \supset (q \supset p)$　〔(2)、(4) 分离〕

(6) $(\neg p \supset \neg q) \supset ((\neg p \supset q) \supset p)$　〔公理B_3〕

(7) $(\neg p \supset \neg q) \supset (q \supset p)$　〔(5)、(6) 三段论〕

(8) $(\neg p \supset \neg\neg q) \supset (\neg q \supset p)$　〔(7) 代入 $\neg q/q$〕

(9) $(p \vee q) \supset (q \vee p)$　〔(8) 定义置换〕

定理B_4：$p \supset p \vee q$

证

(1) $p \supset (q \supset p)$　〔公理B_1〕

(2) $p \supset (\neg q \supset p)$　〔(1) 代入 $\neg q/q$〕

(3) $p \supset q \vee p$　〔(2) 定义置换〕

(4) $p \vee q \supset q \vee p$　〔定理B_3〕

（5） $q\vee p\supset p\vee q$ 〔（4）代入 p/q，q/p〕

（6） $p\supset p\vee q$ 〔（3）、（5）三段论〕

定理 B_5： $(q\supset r)\supset(p\vee q\supset p\vee r)$

证

（1） $(p\supset(q\supset r))\supset((p\supset q)\supset(p\supset r))$ 〔公理 B_2〕

（2） $((p\supset q)\supset((q\supset r)\supset(p\supset r)))\supset(((p\supset q)\supset(q\supset r))\supset((p\supset q)\supset(p\supset r)))$ 〔（1）代入 $p\supset q/p$，$q\supset r/q$，$p\supset r/r$〕

（3） $(p\supset q)\supset((q\supset r)\supset(p\supset r))$ 〔公理 B_4〕

（4） $((p\supset q)\supset(q\supset r))\supset((p\supset q)\supset(P\supset r))$ 〔（2）、（3）分离〕

（5） $p\supset(q\supset p)$ 〔公理 B_1〕

（6） $(q\supset r)\supset((p\supset q)\supset(q\supset r))$ 〔（5）代入 $q\supset r/p$，$p\supset q/q$〕

（7） $(q\supset r)\supset((p\supset q)\supset(p\supset r))$ 〔（4）、（6）三段论〕

（8） $(q\supset r)\supset((\neg p\supset q)\supset(\neg p\supset r))$ 〔（7）代入 $\neg p/p$〕

（9） $(q\supset r)\supset(p\vee q\supset p\vee r)$ 〔（8）定义置换〕

从上边所推出的定理中可以见到，定理 B_2 是A系统中的公理1，定理 B_3 是A系统中的公理3，定理 B_4 是A系统中的公理2，定理 B_5 则是A系统的公理4。也就是说，A系统中的全部公理都可以作为B系统中的定理而被推导出来。下面我们看B系统中的公理是否也能从A系统中推导出

来。在推演过程中为简化证明将直接利用《数理逻辑引论》中的已证定理，而不再进行引理的证明，并仍按原书序码使用。

定理A_1'：$p \supset (q \supset p)$

证

（1）$p \supset p \vee q$　　〔公理A_2〕

（2）$p \vee q \supset q \vee p$　　〔公理A_3〕

（3）$p \supset q \vee p$　　〔（1）、（2）三段论〕

（4）$p \supset \neg q \vee p$　　〔（3）代入$\neg q/q$〕

（5）$p \supset (q \supset p)$　　〔（4）定义置换〕

定理A_2'：$(p \supset (q \supset r)) \supset ((p \supset q) \supset (p \supset r))$

证

（1）$p \supset (q \supset p \wedge q)$　　〔定理A_{21}〕

（2）$((\neg p \vee r) \vee p) \supset (((\neg p \vee r) \vee \neg q) \supset ((\neg p \vee r) \vee p \wedge (\neg p \vee r) \vee \neg q))$　　〔（1）代入$(\neg p \vee r) \vee p/p$，$(\neg p \vee r) \vee \neg q/q$〕

（3）$p \vee (q \vee r) \supset q \vee (p \vee r)$　　〔定理A_{16}〕

（4）$\neg p \vee (p (p \vee r) \supset p \vee (\neg p \vee r)$　　〔(3)代入$\neg p/p$，p/q〕

（5）$p \supset p \vee q$　　〔公理A_2〕

（6）$\neg p \vee (p \vee r)$　　〔（5）定义置换、代入r/q〕

（7）$p \vee (\neg p \vee r)$　　〔（4）、（6）分离〕

（8）$p \vee q \supset q \vee p$　　〔公理A_3〕

（9）$p \vee (\neg p \vee r) \supset (\neg p \vee r) \vee p$　　〔（8）代入$\neg p \vee r/q$〕

（10）$(\neg p \vee r) \vee p$　　〔（7）、（9）分离〕

(11) $(\neg p\vee r)\vee\neg q\supset((\neg p\vee r)\vee p)\wedge((\neg p\vee r)\vee\neg q)$ 〔(2)、(10) 分离〕

(12) $\neg q\vee(\neg p\vee r)\supset(\neg p\vee r)\vee\neg q$ 〔(8) 代入 $\neg q/p$，$\neg p\vee r/q$〕

(13) $\neg q\vee(\neg p\vee r)\supset((p\neg\vee r)\vee p)\wedge((\neg p\vee r)\vee\neg q)$ 〔(11)、(12) 三段论〕

(14) $\neg p\vee(\neg q\vee r)\supset\neg q\vee(\neg p\vee r)$ 〔(3) 代入 $\neg p/p$，$\neg q/q$〕

(15) $\neg p\vee(\neg q\vee r)\supset((\neg p\vee r)\vee p)\wedge((\neg p\vee r)\vee\neg q)$ 〔(13)、(14) 三段论〕

(16) $(p\vee q)\wedge(p\vee r)\supset p\vee(q\wedge r)$ 〔定理A_{28}〕

(17) $((\neg p\vee r)\vee p)\wedge((\neg p\vee q)\vee\neg q)\supset(\neg p\vee r)\vee(p\wedge\neg q)$ 〔(16) 代入 $\neg p\vee r/p$，p/q，$\neg q/r$〕

(18) $(\neg p\vee r)\vee(p\wedge\neg q)\supset(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\vee r)$ 〔(8) 代入 $\neg p\vee r/p$，$p\wedge\neg q/q$〕

(19) $((\neg p\vee r)\vee p)\wedge((\neg p\vee r)\vee\neg q)\supset(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\vee r)$ 〔(17)、(18) 三段论〕

(20) $\neg p\vee(\neg q\vee r)\supset(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\vee r)$ 〔(15)、(19) 三段论〕

(21) $(p\supset(q\supset r))\supset(\neg(p\wedge\neg q)\supset(p\supset r))$ 〔(20) 定义置换〕

(22) $(p\supset(q\supset r))\supset((p\supset q)\supset(p\supset r))$ 〔(21) 定义置换〕

定理$A_3{}'$：$(\neg p\supset\neg q)\supset((\neg p\supset q)\supset p)$

证

（1） $p\supset(q\supset p\wedge q)$　　〔定理A_{26}〕

（2） $(p\vee\neg p)\supset((p\vee\neg q)\supset(p\wedge\neg p)\wedge(p\vee\neg q))$　　〔（1）代入$p\vee\neg p/p$，$p\vee\neg q/q$〕

（3） $p\vee q\supset q\vee p$　　〔公理A_3〕

（4） $\neg p\vee p\supset p\vee\neg p$　　〔（3）代入$\neg p/p$，p/q〕

（5） $\neg p\vee p\supset((p\vee\neg q)\supset(p\vee\neg p)\wedge(p\vee\neg q))$　　〔（2）、（4）三段论〕

（6） $\neg p\vee p$　　〔定理A_3〕

（7） $(p\vee\neg q)\supset(p\vee\neg p)\wedge(p\vee\neg q)$ 〔（5）、（6）分离〕

（8） $(p\vee q)\wedge(p\vee r)\supset p\vee(q\wedge r)$ 〔定理A_{28}〕

（9） $(p\vee\neg p)\wedge(p\vee\neg q)\supset p\vee(\neg p\wedge\neg q)$ 〔（8）代入$\neg p/q$，$\neg q/r$〕

（10） $(p\vee\neg q)\supset p\vee(\neg p\wedge\neg q)$　　〔（7）、（9）分离〕

（11） $p\vee(\neg p\wedge\neg q)\supset(\neg p\wedge\neg q)\vee p$ 〔（3）代入$\neg p\wedge\neg q/q$〕

（12） $p\vee\neg q\supset(\neg p\wedge\neg q)\vee p$　　〔(10)、(11)三段论〕

（13） $p\vee\neg q\supset\neg(p\vee q)\vee p$　　〔（12）定义置换〕

（14） $(\neg p\supset\neg q)\supset((\neg p\supset q)\supset p)$　　〔(13)定义置换〕

定理A_4'： $(p\supset q)\supset((q\supset r)\supset(p\supset r))$

证

（1） $(q\supset r)\supset((p\vee q)\supset(p\vee r))$

〔公理A_4〕

（2） $(q\supset r)\supset((\neg p\vee q)\supset(\neg p\vee r))$

〔（1）代入$\neg p/p$〕

（3） $(q\supset r)\supset((p\supset q)\supset(p\supset r))$

〔（2）定义置换〕

（4） $(p\supset(q\supset r))\supset(q\supset(p\supset r))$ 〔定理A_{22}〕

（5） $((q\supset r)\supset((p\supset q)\supset(p\supset r)))\supset((p\supset q)\supset(q\supset r)\supset(P\supset r)))$

〔（4）代入$q\supset r/p$，$p\supset q/q$，$p\supset r/r$〕

（6） $(p\supset q)\supset((q\supset r)\supset(p\supset r))$

〔（3）、（5）分离〕

由此看来，B系统的公理也可以作为A系统的定理被全部推演出来。定理A_1'、A_2'、A_3'、A_4'分别是公理B_1、B_2、B_3、B_4。从对A、B两个重言式系统的演绎等价证明中，可得出这样两点结论：

其一，在重言式系统中，作为公理的重言式不比作为定理的重言式更基本。重言式系统的公理仅仅是系统的出发点而已，我们完全可以不把它们选为公理，而把系统内的定理选为公理。从这些作为公理的定理出发不但能把原来的公理作为定理推导出来，而且能推出与原系统一样多的重言式，具有同原系统同样的性质（如一致性等）。

其二，真值形式没有基本规律，即不存在基本的重言式。这是由第一个结论决定的，既然作为公理的重言式都不比作为定理的重言式更基本，那么还存在什么更基本的重言式呢？既然不存在基本的重言式，那么真值形式当然也就无基本规律可言。“$p\equiv p$”、“$\neg(\neg p\wedge p)$”与“$\neg p\vee p$”与别的任

何重言式一样，只是一般的重言式而已。

同一律、不矛盾律与排中律是形式逻辑的基本规律；“$p \equiv p$”、“$\neg(\neg p \wedge p)$”与“$\neg p \vee p$”在命题演算中只是一般的重言式。从“三律”在形式逻辑中的地位和与“三律”相应的重言式在命题演算的地位的区别中，我们进一步见到了“三律”和与它相应的重言式的本质区别。如果我们混淆了这两类性质不同的规律，而把与“三律”相应的重言式当作它的正确表达式，那至少会导致下列一些错误结论。

三、混淆“三律”与同它相应的重言式而导致的错误结论

“三律”和重言式是两类性质不同的规律。前面我们从正面分析了这两类规律的一系列区别。现在让我们再从反面看，假如我们把与“三律”相应的重言式当作它的正确表达式（所谓正确表达式，就是在表达式与被表达者之间只能存在形式的差别，而在内容上必须完全一致），那会出现什么样的结果呢？

1．形式逻辑将丧失基本规律

我们知道，“$p \equiv p$”、“$\neg(\neg p \wedge p($”、“$\neg p \vee p$”三个重言式与任何别的重言式都是等值的，并不比任何别的重言式更基本。形式系统有其展开的程序，根据其展开的先后顺序也许有基本与非基本的差别，即在先推出的定理比在后推出的定理简单、基本。即使如此，“$p \equiv p$”、“$\neg(\neg p \wedge p)$”与“$\neg p \vee p$”也不一定重要。因为，三者不必然是首先作为定理而被推演出来。我们可以构造最先推演出这三个重言式的形式系统，同样，我们可以按着完全相反的作法构造形式系统。所

以说，在形式系统内，三者不具有“基本规律”的意义，与别的重言式一样，只是恒真公式而已。否认这三个公式会导致系统产生矛盾，同样，否认与假言三段论、假言易位等其它推理规律相应的重言式，只要是形式系统内的重言式，都会导致系统的矛盾。如果把与“三律”相应的重言式当作它的正确表达式，由于“$p \equiv p$”、“$\neg(\neg p \wedge p)$”、“$\neg p \vee p$”与“$(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p)$”（与假言易位推理规律相应的重言式）等是等同的（即没基本与非基本之别），实际上也就是把形式逻辑的基本规律（“三律”）与非基本规律（假言易位推理规律等）等同了，那么形式逻辑也就丧失了基本规律。

2．形式系统将会出现循环证明

如果“$p \equiv p$”、“$\neg(\neg p \wedge p)$”、“$\neg p \vee p$”表达了“三律”的全部内容，那么，由于“$p \equiv p$”、“$\neg(\neg p \wedge p)$”、“$\neg p \vee p$”在形式系统内是可证的，“三律”当然也是在系统中可证的。不仅如此，形式逻辑所研究的所有演绎推理规律（如假言三段论、假言易位推理等）几乎都是在系统中可证的。因为这些规律几乎都有与它相应的重言式，这些重言式都是系统中的定理。这是问题的一方面。

另一方面，由于命题演算中的基本概念都是无意义的，其公理也只是一行行的符号。这样，命题演算的可靠性就不能由内容方面来保证，只能靠“相容性”即“不自相矛盾性”来保证。于是，当我们建立起形式系统后，必须马上给出它的无矛盾性（相容性）证明。

现在人们要问：要证明包括“三律”在内的所有演绎推理规律都能得到证明的形式系统（命题演算）的相容性，这是否可能？从理论上说，证明别的公理系统的相容性是可能

的，我们可以用逻辑规律和逻辑公理来证明。现在我们要证明逻辑公理系统的相容性，其可能性就很成问题。如果可能的话，也只能导致循环证明。因为我们在证明这样的形式系统（“三律”和演绎推理规律都能作为定理在其中得到证明的系统）的相容性时，必然要用到逻辑规律和逻辑公理，而首先能称得上逻辑规律和逻辑公理的则是“三律”。这就出现了中世纪神学家证明上帝存在同样的情况：因为上帝是最完美的，所以它本身必然包括存在的属性，否则，上帝就不是完美的。既然上帝自身具有存在的属性，上帝当然是存在的。要证明的东西被包括在证明的前提之中。

希尔伯特也见到了问题的严重性。他主张把层次分开，一层是要求证明其相容性的那个系统，叫做对象理论，另一层是用以证明的那个理论（作为证明工具的那个理论），叫元理论。对象理论没内容，但元理论是有内容的，而且要求它尽量简单明晰，其可靠性是信得过的。对象理论可以是很复杂的，很有问题的，但经过证明其相容性后，是有可靠性的。如果能这样做，当然是很好的。但是，哥德尔证明了，要在元理论内证明某个对象理论的相容性，元理论必不能比对象理论更简单，在一定意义上还可说元理论必须比对象理论更复杂。① 因此，希氏的挽救方案在理论上是行不通的。

3. 思维形式将与真值形式合二而一

“三律”是形式逻辑的基本规律，反映了思维形式的确定性、无矛盾性，揭示了思维形式的本质；与“三律”相应的重言式是关于真值形式的规律，反映了真值形式的真值特性。如果把“$p\equiv p$”、“$\neg(\neg p\wedge p)$”、“$\neg p\vee p$”当作“三

① 参考莫绍揆：《数理逻辑初步》第107－108页。

律”的正确表达式，那就是说，真值形式的规律与思维形式的规律是无差别的，这也就等于说真值形式与思维形式是无差别的。在本章第一节我们曾对这两个概念作过充分的论述，思维形式是人类特有的反映形式，表现为概念、判断、推理、论证等思维形式系列。从思维层次上看，真值形式远远算不上是作为人类特有的反映形式的思维形式。也不是思维形式系列中的一环，而是一种特殊的数学函数关系。因此，合思维形式与真值形式而为一的结论是错误的。

综上所述，“三律”与同它相应的重言式是两类性质完全不同的规律，使得二者具有一系列不同性质的最终根源在于：“三律”所反映的真理性与重言式所体现的真值性的区别。“三律”是我们亿万次实践的结晶，是对经常遇到的客观现象的最常见的性质和关系的正确反映，揭示了人类思维所必须满足的最基本条件。“三律”反映的“真”是真理性之“真”，它既是对亿万次实践的科学总结，同时又被亿万次实践所证实。由于客观事物是不断变化的，实践的水平也不断提高，“三律”的真理性就必然要受到时、空的限制，也就是说，它不可能是永恒的、不受任何条件约束的绝对真理。如果把“三律”绝对化，就必然走向形而上学；重言式的“真”依赖的则是靠穷尽一切可能的真、假情况而进行的抽象赋值。“$p \vee \neg p$”穷尽了命题“P”的一切可能的真、假情况，它永远不会假。重言式穷尽一切可能而不对任何可能性有所排除，因此它不会假，但它既穷尽了一切可能性，实际上便不对任何事实有所肯定，从而它也根本没有告诉我们任何事实知识，等于一句废话。因此，虽然重言式的“真”是绝对的，不受时、空限制的，但它在人们关于事实知识的思维中却是毫无用处的。“三律”的真虽然具有相对性，但由于

它是客观事物的正确反映，“三律”的内容与要求与人们的认识密切相关，“思想的确定性、无矛盾性和排中性”存在于实实在在的认识过程中，因此，”三律”是人类思维的最基本的指导原则。

第六节　充足理由律

数理逻辑的始祖莱布尼茨曾经提出建立推理的两大基本原则：“矛盾原则”和“充足理由原则”。现在的数理逻辑根本就不把“充足理由原则”视为一条逻辑规律，更不是数理逻辑的基本推理原则。这并不违背莱布尼茨的原意。“充足理由原则”本来就是作为或然推理原则而提出的，在一种纯粹的演绎理论中当然无需这样的原则。那么，“充足理由原则”是不是形式逻辑的基本规律呢？我们认为，充足理由律不仅是形式逻辑的基本规律，而且是形式逻辑不可缺少的极为重要的一条基本规律。它更充分地体现了数理逻辑与形式逻辑在规律问题上的差别，因此，有必要把它作为单独的一节加以研究。

一、关于否认充足理由律的三种根据

充足理由律并不象“三律”一样被公认为是形式逻辑的基本规律。关于充足理由律是否是形式逻辑的基本规律的问题仍然是形式逻辑尚没解决的难题之一。持否定意见者，主要提出了这样三点根据：

其一，莱布尼茨虽然是把“充足理由原则”作为推理的两大原则之一，同“矛盾原则”并列提出来的，但其主要是属于本体论和认识论的，而与形式逻辑无关。我们称这种根

据是否认充足理由律的历史根据。

其二，同一律、不矛盾律、排中律有一个重要特征：它们都是逻辑演算中的重言式。充足理由律不具备形式逻辑基本规律的这个重要特征，即它没有与之相应的重言式。我们称这种根据是否认充足理由律的数理逻辑根据。

其三，充足理由律对思维没提出任何具体的规定，没有任何具体的约束力，因而也不具有形式逻辑基本规律所应有的作用。形式逻辑不需要一条抽象的、毫无内容的充足理由律。我们称这种根据是否认充足理由律的形式逻辑根据。

1．关于否认充足理由律的历史根据

谈到莱布尼茨所提出的"充足理由原则"，总是要提《单子论》中的这样两段陈述。"我们的推理是建立在两大原则上，即是：（1）矛盾原则，凭着这个原则，我们判定包含矛盾者为假，与假的相对立或相矛盾者为真"。"以及：（2）充足理由原则，凭着这个原则，我们认为：任何一件事如果是真实的或实在的，任何一个陈述如果是真的，就必须有一个为什么这样而不那样的充足理由，虽然这些理由常常总是不能为我们所知道的。"① 莱布尼茨将"充足理由原则"作为推理的两大原则之一，同"矛盾原则"并列提出来是一致公认的事实。

逻辑是关于推理的科学。"充足理由原则"既然是推理的两大原则之一，理所当然它也应是逻辑的基本规律。可是莱布尼茨却没规定"充足理由原则"是逻辑基本规律。为什么呢？原因在于莱布尼茨对"推理"的理解上。莱布尼茨所理

---

① 《十六—十八世纪西欧各国哲学》，三联书店1958年版，《单子论》第31、32节。

解的"推理"是具有数学意义的纯演绎推理，它是从不能定义的初始的("天赋")观念和不能证明的初始原理出发，根据"矛盾原则"("天赋的内在原则")进行的。莱布尼茨认为只有这样的"推理"才具有必然性。这种必然的推理("推理的真理")的一贯无误是建立在谓项的概念包含在主项的概念之中这样一个基本假定之上的。在莱布尼茨看来，逻辑所研究的"推理"就是这样的象在纯数学中，特别是在算术和几何中所见到的必然推理("推理的真理")。①

莱布尼茨也承认依赖经验归纳与例证的"事实真理"，但这种真理不具有普遍性和必然性，是偶然的。原因是"感觉永远只能给我们提供一些例子，也就是特殊的或个别的真理。然而印证一个一般真理的全部例子，不管数目怎样多，也不足以建立这个真理的普遍必然性"。② 他还认为这种真理亦要遵循一定的原则，这就是"充足理由原则"。"充足理由也必须存在于偶然的真理或事实的真理之中，亦即存在于散布在包含各种创造物的宇宙中的各个事物之间的联系中。"③ 莱布尼茨虽然承认有关于"事实真理"的"推理"，并把"充足理由原则"看成是这种"推理"的规则。但由于关于"事实真理"的"推理"是或然的，因而它也就被排除在逻辑的研究之外。因为在莱布尼茨看来，逻辑只研究那些具有必然性的推理。当然，作为"事实真理"的"充足理由原则"也就不是逻辑基本规律了。

莱布尼茨这种把理性与感性、必然性与偶然性、演绎与归纳绝对对立起来的思想至少存在两个严重的缺陷。其一，

① 参考莱布尼茨:《人类理智新论》，商务印书馆1982年版，第4页。

② 莱布尼茨:《人类理智新论》，商务印书馆1982年版，第3－4页。

③ 《十六—十八世纪西欧各国哲学》，三联书店1958年版，第489页。

如果只承认“推理真理”的必然性，那么就无法解释这种“推理真理”的前提及其所依据的“矛盾原则”的来源，而只能将其归为“天赋”。其二，大量科学事实证明关于“事实的真理”是有必然性的。比如，“如果摩擦，就会生热。如果生热，就会加速分子运动。所以，如果摩擦，就会加速分子运动。”这是莱布尼茨认为的典型的“事实真理”，因为“生热”并不包含在“摩擦”这个概念之中，“分子运动”也不包含在“生热”这个概念之中，当然也就不可能根据无矛盾分析原则由“摩擦”分析出“加速分子运动”的概念。然而谁也不会否认这种“事实真理”的必然性。第一个缺陷直接违背了唯物主义的基本原则。第二个缺陷与科学事实不符，早在近二百年前就遭到了康德的批判。

如果我们认为形式逻辑所研究的推理是实实在在存在于人类思维之中的，而又否认“充足理由原则”是形式逻辑的基本规律，就必然要导致这样的矛盾：一方面我们必须承认形式逻辑所研究的推理具有必然与偶然、演绎与归纳辩证统一的基本性质，因为存在于人类思维中的推理客观上就具有这样的性质。另一方面，我们又必须否认形式逻辑所研究的推理具有这样的性质。因为否认充足理由律是形式逻辑的基本规律实质上是从反面割裂了必然推理与偶然推理、演绎推理与归纳推理的辩证统一，回到了莱布尼茨。莱布尼茨之所以将“充足理由原则”拒之逻辑门外，就是因为在他看来“推理真理”与“事实真理”、必然性与偶然性、演绎与归纳是相互不容、绝对对立的。

事实上，归纳和演绎反映着人们认识事物的两条方向相反的思维途径：一是从个别到特殊向一般的思维运动，这是归纳的本质；一是从一般到特殊向个别的思维运动，这是演

绎的本质。

归纳和演绎的本质是为了解决个别和一般之间的矛盾。由于个别一定与一般相联系而存在。一般只能在个别中存在，只能通过个别而存在。任何个别都是一般。任何一般都是个别的部分或本质（列宁语）。个别与一般的关系是辩证统一的。因而，反映个别和一般之间的辩证关系的归纳和演绎也是相互联系，相互补充的，

归纳和演绎，如果我们把它们分开来进行考察，就会发现各自所无法克服的局限性。就归纳而言，由归纳得到的结论不一定是被归纳事物的共同本质。因为归纳过程实质上是从许多个别事物中抽出共同属性的过程，这种共同属性未必是事物的本质。即使归纳出的结论揭示了事物的本质，仅靠归纳也无法使人理解这一本质。比如，由归纳得出的摩擦生热的结论已经揭示了事物的本质，可是，摩擦为什么能生热，靠归纳不能说明。演绎也有其不可克服的局限性：作为演绎出发点的一般原则是否正确是需要给出论证的，这种论证必须借助于归纳。演绎的结论虽然是必然的，但如果不用演绎出来的结论去分析具体事物，指导归纳，那么这种演绎的结论就会失去意义。在完整的思维运动中，归纳与演绎就同人的两脚一样，缺一不可。演绎以归纳为基础，又指导和补充了归纳，只有将二者结合起来，才能克服各自的局限性。正如恩格斯所说："归纳和演绎，正如分析和综合一样，是必然相互联系着的。不应当牺牲一个而把另一个捧到天上去，应当把每一个都用到该用的地方，而要做到这一点，就只有注意它们的相互联系，它们的相互补充。"①

① 恩格斯：《自然辩证法》，人民出版社1955年版，第206页。

莱布尼茨提出了建立推理的两大原则："矛盾原则"和"充足理由原则"，这是他的历史功绩，谁也不可否认。但他把"推理真理"(演绎真理）与"事实真理"(归纳真理）对立起来，从而认为"矛盾原则"与"充足理由原则"是各自独立的观点则是错误的。在人类思维活动中，既然演绎推理与归纳推理是辩证统一的，那么这两种推理所依据的"矛盾原则"和"充足理由原则"也是不可分割的；既然形式逻辑研究的逻辑规律是思维形式的规律，而不只是演绎推理的规律，既然肯定"矛盾原则"(不矛盾律）是形式逻辑基本规律，那么，与"矛盾原则"不可分割的并且是并列的"充足理由原则"(充足理由律）为什么就不必然是形式逻辑的基本规律呢？

如果把演绎和归纳绝对对立起来，把形式逻辑的研究对象只局限在演绎推理范围内，那就会得出否认充足理由律是形式逻辑基本规律的结论。反之，如果只承认不矛盾律是形式逻辑的基本规律而否认充足理由律，也就必然会割裂演绎和归纳的辩证统一，重犯莱布尼茨的错误。

2．关于否认充足理由律的数理逻辑根据

这种根据是说，"三律"都有与它相应的重言式，因而，重言式是形式逻辑基本规律的基本特征。"充足理由律"不具有这一基本特征，因而也就当然不是形式逻辑的基本规律了。这种理由很难成立。与"三律"相应的重言式不能反映"三律"的实质内容，"三律"能否用与它相应的重言式来表达都是尚成疑问的，怎能把重言式作为形式逻辑基本规律的基本特征呢？把重言式当作衡量形式逻辑基本规律的标准就更无道理了。重言式与形式逻辑基本规律是性质不同的两类规律，我们已经有过讨论，下面再强调两点：

（1）把重言式当作形式逻辑的规律的基本特征是画蛇添足。重言式（如 $(p \supset q) \supset (\neg q \supset \neg p)$）与形式逻辑的规律（如假言易位）有一致的地方，二者都反映了复合命题的支命题间的真、假关系。但重言式反映的支命间的抽象真假关系对形式逻辑规律所反映的支判断间的具体真假关系来说，是不言而喻的。

所谓具体的真假关系就是受判断形式的内容制约的判断间的真假关系；所谓抽象的真假关系就是不受命题形式的客观内容制约的"原子命题"间的真假关系。就拿推理来说，形式逻辑研究的推理形式反映的都是具体的真假关系，这种真假关系之所以具体，就是由于它受到这种推理形式的客观内容的制约。任何正确的推理形式都是对客观事物间最基本的关系和最常见的逻辑的格的总结和概括，这种最基本的关系和最常见的逻辑的格一旦被确定，那么这种推理形式所反映的判断间的真假关系也就随之被确定下来，并不是相反。比如，假言易位推理揭示了事物间的因果制约关系的一个侧面，以否定的形式体现了"有之则必然，无之未必不然"的充分条件关系。也就是说，如果甲现象是乙现象产生的原因，那么有甲就必然有乙，这是从肯定角度讲。从否定的角度讲，就是如果甲是乙产生的原因，那么没乙现象发生就没有甲现象存在。举个具体例子：如果语言能创造物质财富，那么夸夸其谈的人就会成为富翁。而事实上没有夸夸其谈的人成为富翁的（即没乙现象发生），故语言不能创造物质财富（也没甲现象存在）。假言易位推理以否定的方式揭示的这种充分条件关系是这种推理形式的本质内容。这种本质内容决定、制约着具有这种推理形式的判断间的真、假关系，正是根据这一本质内容，我们才能由各支判断的值计算出各推理形

式的值。所以，推理形式反映的判断间的真假关系对这种推理形式的本质内容来说是不言而喻的、无足轻重的。我们以更精确的方式（如真值表）把这种真假关系刻画出来，对理解这种推理形式的本质内容来说也许是不无好处的。可是，我们以不怎么精确的方式刻画这种真假关系或者根本不以任何方式对这种真假关系进行刻画，对这种推理形式的本质内容也不会有任何影响。受推理形式的本质内容制约的判断间的具体的真假关系对推理形式来说都是无足轻重的，那么脱离推理形式的本质内容而反映相对独立的“原子命题”之间的抽象的真、假关系对推理形式来说就更是微不足道的了。把这种对推理形式的本质内容来说是微不足道的、反映抽象真假关系的重言式视为推理形式基本规律的特征是毫无必要的。

（2）重言式在形式逻辑看来不一定有意义。形式逻辑密切结合思维实际和自然语言来研究思维形式，思维形式规律是对思维实际最常见的格式的直接概括和总结，因而成为正确思维的最必要条件；几乎所有的重言式都是从形式系统中推演出来的，而不是从思维实际中总结出来的。因而当把这些重言式应用到思维实际中时，就未必有意义。如“$P \vee p \supset p$”是说：“如果p或p是真的，那么P是真的。”从形式逻辑角度讲，这纯粹是同义反复。在思维中没人进行诸如：“如果摩擦生热或者摩擦生热，那么摩擦生热。”之类的推理，形式逻辑当然也没必要也不可能总结出这样的推理形式，更不会去进一步明确这种推理形式的真假关系。再比如：“$(p \supset (p \supset q)) \supset (p \supset q)$”，我们希望这条形式公理在具体思维中有意义。可是，我们很难找到这样具体的命题，当把这样的命题分别代入P、q 时使整个推理看来是正常的。诸如：“如

果‘如果物体摩擦（P），那么，如果物体摩擦，则物体生热（q）’，那么，‘如果物体摩擦，那么物体生热”之类的推理虽然可以找到许多，但谁也不会认为这些推理是正常的或算是正常的。形式逻辑当然也不会去研究这种不正常的推理的推理形式。诸如此类的重言式多得很，它们都不是直接从思维实际中概括出来的，而是脱离思维实际从形式系统中纯粹推导出来的，当把这些重言式运用到思维实际中时就不能不在客观上受到限制。

重言式既不是形式逻辑基本规律的基本特征，更不是衡量形式逻辑基本规律的标准。二者是两类不同性质的规律，依据充足理由律没有重言式而否认它是形式逻辑基本规律，就如同依据万有引力定律不具有遗传的特征而否认它是物理学定律一样。

3．关于否认充足理由律的形式逻辑根据。

这种根据可以归结为两条：一是说充足理由律只是论证的规律，不涉及概念、判断，因而不是普遍规律；二是说充足理由律的内容只是抽象的要求，对思维没提出任何具体规定，因而它对思维也就没任何具体的约束力。

这两方面的根据都涉及如何理解形式逻辑基本规律的作用问题。首先是如何理解形式逻辑基本规律的作用的普遍性问题。我们不能把形式逻辑基本规律的普遍作用理解为对每个独立的思维形式环节都起作用，这种理解是机械的、形而上学的。因为，在思维实际中概念、判断、推理等思维形式环节总是交织在一起的，表现思维形式的系列，任何具体的思维都是概念、判断、推理等思维形式的综合运用。只是在我们对思维形式进行具体研究时，才把思维形式的各环节相对区别开。我们之所以把概念从判断中区别开来，把判断从

推理、论证中区别开来，最终的目的在于反过来为推理、论证服务，以便在推理、论证中做到概念明确、判断恰当。形式逻辑基本规律的普遍作用指的就是对思维形式总体的作用，只要能反映思维形式总体的本质特征，也就具有了对构成思维形式总体的各个环节起作用的普遍性。并不是先把思维形式的各环节割碎，然后再考察看形式逻辑基本规律对各环节究竟是否都起作用。这样势必要只见树木，不见森林。一旦思维形式被分割成独立的环节，这些环节就不能完全体现作为思维形式总体的基本特征，要在这种不能完全体现思维形式总体的基本特征的诸孤立的思维形式环节中见到反映思维形式总体的基本特征的基本规律的作用特点，当然是不可能的。

形式逻辑基本规律对概念、判断、推理的作用总是发生在具体的推理、论证中，也就是说，只有那些与推理、论证交织在一起的概念、判断才是形式逻辑基本规律的作用对象。形式逻辑基本规律对独立的概念、判断不起作用。对于诸如："民主"、"工人"、"太阳从东方升起"、"雪是黑的"等与推理、论证完全割裂的概念、判断，就很难说它是遵守了还是违背了形式逻辑基本规律。比如，同一律对概念的作用，同一律要求概念要有确定性总是指在推理、论证中，一个概念要始终如一，不能发生名同实异、偷换概念的错误。一旦离开了具体的推理、论证，就无法判明这个概念是遵守还是违背同一律。"物质"这个概念是遵守还是违背同一律？谁也无法回答。然而，在"物质是不灭的，桌子是物质。所以，桌子是不灭的。"这个三段论中，人们一眼就看穿"物质"概念违背了同一律，这个三段论犯了"概念"的错误。所以，应当把形式逻辑基本规律的作用理解为对思维形式整

体的作用，归根结底是对推理、论证的作用。既然我们承认充足理由律是关于论证的基本规律，而论证又是各种推理形式的综合运用，它当然也是思维形式的基本规律，具有形式逻辑基本规律的作用。

其次，是如何理解形式逻辑基本规律作用的含义。形式逻辑基本规律的作用在于：它是正确思维必须首先满足的最基本的前提条件，是运用概念进行判断、推理和论证的基本原则和各种思维形式规则的内在根据，而不在于它对思维提出什么具体规范。从“三律”的内容看，它们只是对如何正确地运用概念进行判断和推理提出最一般的要求即：确定性、一贯性和无矛盾性。至于各种不同的思维形式具体怎样才能不违背这些要求则不是基本规律的内容，而是各种具体思维形式规则的内容。对思维形式的具体规范和约束属于基本规律的一般要求的具体表现，而不是规律自身的内容。诸如，“前提不周延的项，结论不得周延”、“论题要始终如一”等规则是同一律的具体表现，这些具体规则的制定不是同一律自身的内容，但要以同一律为根据。这就是形式逻辑基本规律同一般规则的区别，规律的一般要求通过规则表现出来，规则的制定以规律为内在根据。因此，侈望在基本规律中寻求制约思维形式的具体规定是错误的。思维形式的具体规定只能根据思维形式基本规律的一般要求，结合具体思维形式的不同特点具体研究不同的思维形式才能得到。如果根据充足理由律对思维形式没提出什么具体规定为理由来否定它是形式逻辑基本规律，那么可以根据同样的理由认为“三律”亦不是形式逻辑基本规律。“三律”的内容也只是一般要求而已，否则，它就不能是制约各种思维形式规则的内在根据；既然我们认为形式逻辑基本规律是思维形式的普遍规律，那

么其内容也只能是一般要求。

二、充足理由律是形式逻辑基本规律

充足理由律是说：在思维过程中，思想的逻辑联系决定于客观现实的相应联系，只有当思想的逻辑联系符合于客观现实的联系，思想的逻辑联系才有必然性。违背充足理由律就会导致思维与事实的矛盾。充足理由律具有形式逻辑基本规律的两个显著特征：它是正确思维的最基本的前提条件；它是各种思维形式规则的内在根据。

在人们认识世界的过程中，仅仅知道事物是什么，具有什么属性是远远不够的，还必须知道其为什么是，为什么具备这样的属性，给出其所以是的理由。“三律”只为人们回答事物是什么、具有什么属性提供了必要的前提条件，而对于回答为什么是和为什么具有某属性并未提出要求。在这方面所应提出的要求恰恰是充足理由律的任务。充足理由律是人们回答事物为什么是、为什么具有这样的属性的最基本的前提条件。

从思维过程的整体上看，简单地断定某个命题的真实性是不够的，还要指出使我们不能不承认该命题为真的理由。从逻辑的直接性上看，所谓某个判断为真的充足理由，就是指一些能逻辑地必然导出这个判断的其它必然真的判断的总和。这样的真判断包括有公理、定义以及利用其它真判断论证为真的判断等。从论断的最终根源上看，断定某个判断为真的充足理足就是现实中事物和现象本身的客观联系。充足理由律要求从已被确认的、经过实践检验的、已被论证的真知识推出新知识。这种要求以现实的一切现象普遍的、多方面的和有规律的联系为客观根据。

思想的论证性是真理性认识的最重要的条件之一。因为我们论断的根据是现实中事物和现象本身的客观联系。所谓论证性就是要满足充足理由律的要求。在具体思维中，违背了同一律、不矛盾律、排中律，思维就谈不上什么论证性，但遵守了“三律”思想却未必有论证性。比如，某些领导的讲话甚至一些学术论文并不曾违背“三律”，表达通顺、思想明确，推理合乎逻辑，可就是让人听起来或读起来不能令人信服。主要原因是它没有抓住问题的实质，找不到论证问题的充足理由，因而，使得整个论证显得苍白无力。这就是说，遵循了“三律”的要求，未必能做到思维有论证性。还必须提出充足理由律，作为“三律”的重要补充。

现在，我们从反面看，如果违背充足理由律的要求，思维会怎样呢？如果思维违背了充足理由律的要求，思想的逻辑联系就会失去必然性，脱离与其相应的客观现实的联系，并因此导致思想与现实的矛盾。列宁说：“如果从事实的全部总和、从事实的联系去掌握事实，那么，事实不仅是‘胜于雄辩的东西’，而且是证据确凿的东西。如果不是从全部总和、不是从联系中去掌握事实，而是片断的和随便挑出来的，那么事实就只能是一种儿戏，或者甚至连儿戏也不如”。① 如果我们脱离事实的联系，把随意抽出来的事实作为论断的理由和根据，就连儿戏都不如。这种随意抽取现实联系作为论断的理由是违背充足理由律的，那种完全抛开现实的联系而寻求论断的充足理由更是错误的。神学家们总是企图论证“上帝是万物的创造者”，提出的“充足理由”是：由于上帝是全能全知、尽善尽美的，所以，她能创造万物。而尽善尽美的

① 《列宁全集》，人民出版社，1958年版，第279页。

上帝为什么能创造出人间的丑恶？这是通常人们对神学家们的诘难。这种诘难揭露了神学家关于上帝是尽善尽美的思想与现实之间的尖锐对立。这种与现实相矛盾的思想就谈不上还有什么逻辑联系，更谈不上有逻辑联系的必然性。

从正、反两方面看，我们说充足理由律是正确思维的最基本的条件。思维在运用概念进行判断、推理和论证的过程中，不仅要做到确定性、一贯性和无矛盾性，而且要有论证性。充足理由律是对“三律”的重要补充。

充足理由律是思维形式规则的内在根据。关于思维形式的规则总是指个别思维形式的规则，这些规则都是根据具体思维形式的本质和特殊性而制定的。而个别思维形式的本质和特殊性是由它所反映的现实事物之间的联系决定的。客观事物之间的必然联系是个别的思维形式为什么是这样一种形式，为什么与别的思维形式不同的充足理由。比如，存在于现实世界中的一种现象可以由不同的原因引起的这种因果关系，是充分条件假言判断之所以是充分条件假言判断，充分条件假言判断与必要条件假言判断等别的判断形式相区别的充足理由。如果脱离客观事物间的必然联系，离开思维形式的客观基础，我们就不能明确个别思维形式的本质和特殊性，也就无法制定思维形式规则。所以，充足理由律是制定思维形式规则的基本根据。

形式逻辑的基本规律是关于思维形式的规律，它揭示了思维形式的必然性。思维形式间的必然联系是它所反映的客观事物间的联系决定的。如，“SAP” 与 “SOP”这两种判断形式间的关系是矛盾关系，这种关系是由这两个判断形式的内容决定的。如果不联系这两个判断形式所反映的本质内容就根本无法说明为什么“SAP” “SOP”有矛盾关系，也不会

总结出这样的关系。形式逻辑研究逻辑规律，总是特别重视思维内容与思维形式间的相互制约关系，时刻考虑逻辑规律的认识意义。从人类认识的本性上看，认识不仅要知事物之然，更重要的是要知事物之所以然。要知事物之所以然，就必须首先满足充足理由律的要求；从思维形式的整体上看，它是演绎与归纳的辩证统一，否认充足理由律就必然会割裂演绎与归纳的辩证统一，从而把形式逻辑的研究对象限制在纯粹演绎的范围内。无论从哪方面讲，都不能否认充足理由律是形式逻辑的基本规律。充足理由律是正确思维的最基本的前提条件，是制定思维形式规则的基本根据。它具有形式逻辑基本规律的基本特征。

重言式是关于真值联结词的规律。真值联结词完全撇开了思维的现实内容，只反映命题之间的一种可能的抽象真、假关系。又由于数理逻辑用形式公理化方法来研究真值形式，从而使它所研究的真值形式更彻底地摆脱思维内容。这样，数理逻辑研究的规律也就成了形式语言系统的公式变形规律。数理逻辑的这种研究特点使得与“三律”相应的重言式都已失去了原来的意义，它当然没必要也不可能去研究充足理由律。

充足理由律作为形式逻辑基本规律，它体现了形式逻辑密切结合思维形式的客观基础、把思维形式作为整体来研究的显著特点；充足理由律不是数理逻辑规律，在数理逻辑中也没有与它相应的重言式，这表明：数理逻辑是关于纯形式演绎的科学。因此，充足理由律不仅是体现形式逻辑基本规律与重言式的区别的最明显标志，也是体现形式逻辑与数理逻辑是两门不同学科的最明显标志。

本 章 小 结

形式逻辑研究的逻辑思维规律就是思维形式的规律。思维形式的基本规律是：同一律、不矛盾律、排中律和充足理由律。它们反映了思维形式的确定性、一贯性、无矛盾性和有论证性，贯穿在各种思维形式之中，是各种思维形式规则的内在根据，是正确思维的必要前提。

重言式是取值常真的真值形式，也称重言的真值形式，是命题演算的规律。与同一律、不矛盾律、排中律相应有“p≡p”、“¬（¬p∧p)”和“¬p∨p”三个重言式。由于思维形式是人类所特有的反映形式，它表现为类比、归纳、概念、判断、推理、论证等的系列特征。思维形式总是与思维形式的客观根据、思维形式的语言表达相联系而存在。而真值形式即不是思维形式系列，也不是思维形式系列上的环节，它是数学上的一种特殊函数关系式—真值函数关系式。思维形式的规律与真值形式的规律也就有了本质区别，与“三律”相应的重言式不能表达它的实质内容，也不能称“P≡P”、“¬(¬p∧p)”和“¬p∨p”是同一律、不矛盾律和排中律。

同一律的本质内容在于强调“思想的同一性”。“p≡p”的语义解释是：同真同假的命题是相等的。它反映了“真值的同一性”。“思想的同一性”指的是概念、判断在推理、论证中的同一性。“真值的同一性”说的是同真、同假的命题在定理推演中可以相互置换。具有思想同一性就必然具有真值同一性；具有真值同一性未必具有思想同一性。

不矛盾律的本质内容在于强调“思想的无矛盾性”，它指出在同一思维过程中，对于同一关系与同一时间上的同一思

想对象的两种相互对立的思想不能都是真的，必有一假，可能都假。“$\neg(\neg p \wedge p)$”说的是“真值的无矛盾性”，它指出“同一命题”（同真或同假的命题）不可能既真又假，或者说，不能断定“真∧假”为真。具有真值矛盾的两个命题未必具有思想矛盾，在思想上这两个命题可能是毫不相干的；具有思想矛盾的两个判断也未必具有真值矛盾，因为两个互相具有反对关系的判断可能都假。根据真值无矛盾性可以由假推真、由真推假；根据思想无矛盾性只能由真推假，而不能由假推真。

排中律的本质内容在于强调“思想的排中性”。它是建立在现实中不存在“第三者”的客观情况基础之上的，如果客观上存在“第三者”就谈不上排中。它指出：对处于矛盾关系的概念或判断不能都进行否定，而必须肯定其一为真。“$\neg p \vee p$”是说，“同一命题”（同真或同假命题）与其否定必有一真。它是建立在穷尽命题取值的可能性的基础上的。就一命题的取值可能性来说，只可能有真、假二值，不可能有第三值。因而，一命题非真即假、非假即真。并不是任意两个真、假命题之间都有思想排中性，而只有那些在内容上具有矛盾关系的判断之间才具有。排中律只适用于具有矛盾关系的判断或概念。而“真值的排中性”则适用于所有“原子命题。所以，具有“思想的排中性”就必须具有“真值的排中性”；具有“真值的排中性”却未必具有“思想的排中性”。

同一律、不矛盾律与排中律反映了思维形式的确定性、一贯性和无矛盾性，是正确思维的最必要条件，是各种思维形式规则的内在根据。因而是思维形式的基本规律。由于形式系统的出发点已经不具备一般公理系统中公理的性质，即它们是不证自明的，是比定理更基本的。选择什么样的重言式

作形式系统的出发点完全取决于构造形式系统的需要。这样，作为形式系统出发点的重言式就不比导出的重言式基本，既然如此，那么也就没有什么重言式是更基本的了。因此，所有的重言式从语义上说，都是"千篇一律"的。如果我们混淆了"三律"和与它相应的重言式的区别，就会使形式逻辑丧失基本规律，导致形式系统的循环证明，并且把思维形式与真值形式这两个截然不同的概念混为一谈。

充足理由律是说：在思维过程中，思想的逻辑联系决定于客观现实的相应联系，只有当思想的逻辑联系符合于客观现实的联系，思想的逻辑联系才有必然性。它是制约思维形式的联系与客观事实的联系相符合的逻辑规律，是知事物之所以然首先必须满足的逻辑要求。每一种思维形式都有其客观基础，从这点论，充足理由律是各种思维形式规则的基本根据，是保证思维有论证性的手段，因而是对"三律"的重要补充。

我们要正确理解形式逻辑基本规律的作用及其作用的普遍性，把形式逻辑基本规律的作用理解为对思维形式整体的作用。而从思维形式整体上看，思维形式表现为由多个环节而组成的系列，这些环节是统一而不可分割的。片面地、机械地理解形式逻辑基本规律的作用，就会否认充足理由律，进而割裂演绎与归纳、必然性和偶然性的联系。

充足理由律是形式逻辑基本规律，它不是数理逻辑的规律。这更明确地体现了形式逻辑是关于思维形式的思维科学，而数理逻辑是关于纯形式演绎的数学这种在学科上的区别。

第七章 形式逻辑的独存价值和定向发展

纵观人类科学发展史，一门新学科的兴起总意味着对有关其他学科的“挑战”，它或是扬弃旧学科而取而代之，或是与其他学科明确界说并在一定程度上相互补充。作为其他学科也必然二者择一：或是放弃自己的存在（如果这种消亡带有必然性），或是理直气壮地说明自己存在的理由。这既是一个比较的过程，也是一个通过比较而发展科学的过程。

数理逻辑是数学大家庭中的一个新成员。它自产生到今天已有相当的发展。它涉及的领域愈来愈多，在计算机、人工智能的研究中尤有主要的作用。但是数理逻辑并不能成为一门取代形式逻辑的学科。我们通过前面各章的比较已经证明：形式逻辑和数理逻辑，二者在研究对象、研究目的和方法特征上都有根本的区别，它们的基本概念，基本关系都是不同的，因此是两门各自独立的学科。它们各有其所专、各有其所用，各有其独立存在的价值。

形式逻辑的独存价值直接与人们的思维活动有关，它要从一定方面直接起到规范思维的正确性的作用。

人们的思维活动总是以一定形式进行的，思维形式是人所特有的认识事物的高级反映形式。在认识的不同阶段，思维具有不同的特征和趋向，也运用着不同的思维形式的类型。各种思维形式表现为类比、归纳、概念、判断、推理、

假说、证明等一个完整的序列，形式逻辑所研究的是整个思维形式序列。在一个具体思维中，总表现为思维内容，形式结构和语言表达的统一。一定的思维的形式结构总具有一定的客观根据和语言表达形式。后者与前者密切相关。作为形式逻辑的研究对象的思维的形式结构具有"三位一体"的整体特征。

如果把人们的思维过程理解为信息处理过程，那么这个过程是以高复杂为特征的。因为各种因素的复杂性，我们不能给思维活动的全过程以严格、精确的规定。换言之，思维活动的宏观整体是难以被严格规定的。但是，思维的复杂性也使得微观的可定义性成为可能，在一定的语境系统之中，各种因素的明确规定则是必然的。思维总是在一定的语境系统中进行，各种思维形式也总在一定的语境系统中被运用。从这一意义上说，为了保证思维形式的正确运用，形式逻辑对思维的形式结构的研究有两方面的意义：一是形式结构内各因素的关系，二是一定的形式结构产生和运用的根据是什么，即构成它的真语境系统的因素是什么。这两方面的因素都是逻辑因素，缺一不可。例如性质判断的主词存在问题、假言判断的前后件的条件联系问题，意义问题，附性法推理中的性质一致问题，以及本书还未加讨论的归纳推理，类比推理在前提选择上的意义关联的问题……都指的是构成一定思维形式的真语境系统的因素是什么，如何认识的问题。可以说，离开了一定的思维形式的真语境系统的逻辑因素的研究，我们什么也说明不了，什么也规范不了。所以说，形式逻辑之研究思维形式是和人们思维活动的实际密切相关的，这一特点为数理逻辑根本不具有。在语言表达上，形式逻辑以自然语言为主，兼取人工语言之所长，因而能表达复杂的

逻辑问题，这一特点也是为数理逻辑所不具有的。

人们思维的目的是要反映客观事物的本质。思维活动要达到这一目的是以克服思维错误为前提的。这类错误直接或间接与思维形式有关。形式逻辑系统，全面地研究思维形式的一系列原理、机制，研究它与思维错误的关系，从而总结出规律、制定出一系列的规则，形式逻辑以此来达到从思维形式方面规范思维的正确性的目的。所以说，只要人们进行思维活动这一事实存在，只要这种思维是难免犯错误的这一事实存在，那么，起规范作用的思维的解剖学和病理学、保健学——形式逻辑就必然存在。后者决定于前者，前者是长存的，后者就必然是永恒的。形式逻辑具有任何其他学科所不能取代的独立存在的价值。

形式逻辑通过与数理逻辑的比较而证明了自己存在的永恒性。但是，更艰巨的任务还在于按它本身的特殊性而丰富发展，这就是形式逻辑发展的定向性问题。

形式逻辑必须大大发展，这点没有问题。形式逻辑从它产生到今天，已经有了两千三百多年的历史，两千多年来几经盛衰，能够流传至今，仍然在发挥它的作用，这是一件非同小可的事。为什么它有这么强的生命力呢？原因就在于它是一门规范人们思维的科学。我们在这方面继承的是一份很有价值的科学遗产。那么，是不是说我们继承的这份遗产已经完美无瑕了呢？没有这个意思。它还存在着严重的缺点和不足。随着客观现实的不断发展，以及人的认识的不断深入，作为总结人类认识成果的科学也必须随之而有所进展。和其他科学一样，形式逻辑是必须发展的，也是必然要发展的。

形式逻辑应如何发展呢？或者用比较应时的话来说，形

式逻辑应如何改革呢？改革不是消灭，正如土地改革不是消灭土地，工资改革不是消灭工资一样，形式逻辑改革也不是消灭形式逻辑。改革是改其弊而存其利，革其非而取其是，采其长而去其短，使之能更精湛完美，真正成为治疗逻辑形式百病的好“医生”。这样，首先就应该逐项检查一下，现有形式逻辑科学内容是否符合指导人们在运用思维形式进行思维时，概念明确、判断恰当、推理合乎逻辑、论证有说服力的宗旨了。同时，还必须明确现有形式逻辑存在的优缺点。只有辩证施治，才能对症下药。我们既不能采取不分青红皂白一概否定的态度；也无须隐恶扬善，抱残守缺，持顽固保守态度。任何一种倾向都是对形式逻辑科学的发展不利的。

那么，形式逻辑是否符合规范人们在思维时，概念明确，判断恰当、推论合乎逻辑、论证有说服力的宗旨呢？应该说基本上是符合的、其主流是好的。它基本上发挥了规范人们思维的作用。只是由于形式逻辑存在的缺点，使这作用的发挥有了局限性。形式逻辑现有的主要缺点是：

（1）内容贫乏、逻辑形式不全。即以判断为例，多少年来，许多教本几乎千篇一律：简单判断分为性质判断和关系判断；复合判断分为联言、假言、选言、负判断。还有一种既没有放入简单判断中，也没有放入复合判断中的模态判断。相应的，推理形式也就只能根据上列判断形式而形成。这显然没有将人们在思维实际中所运用的判断形式完全概括进去。就以模态判断来说，在人们的思维实际中，就可以提炼出二、三十种，而决不限于必然和可能两种类型。正由于形式逻辑这种经久未变的贫乏性，就使人感到它古老陈旧而加以鄙薄，甚至企图消灭之。由于判断形式的贫乏，就影响了推理形式的发展以及论证形式的丰富。由于没有将思维

实际中大量逻辑形式提炼出来上升为理论，这就使在自发运用中产生的逻辑错误无从发觉，或即使意识到也不知其所以然，以致削弱了形式逻辑科学的规范和指导效能。这也就是造成有人认为有没有形式逻辑都关系不大的原因。

（2）逻辑形式脱离语言实际也是现有形式逻辑的缺点之一。形式逻辑虽然不研究语言形式，但由于语言是思维的载体，思维的外衣，在思维实际中，语言和思维是矛盾的统一体，因此，在阐述逻辑形式时就不能不和语言形式挂起钩来，就不能不指出逻辑形式所借以表现的语言形式的面目。由于逻辑形式是规范化的，而语言形式是多样化的，二者并不是一对一的关系，譬如，假言判断就不仅是以“如果，则”或“只有，才”来表示的，而是有多种多样的语言表达方式的。如果不指出这一点，人们就会在多样化的语言形式中辩不出规范化的逻辑形式来，以致在思维实际中感到迷惑，似乎形式逻辑的规范和思维实际是不一致的。结合语言实际来研究逻辑形式，目的是为了说明，语言形式的多样性，并不影响逻辑形式的规范性以及思维的确定性。

思维和语言的辩证统一关系是客观存在，是任何人也不能抹煞的。因此，不能采取逃避或弃掷的办法，而应面对现实，揭举二者在思维实际中的真实情况，只有这样，才有利于如实反映客观事物和思维的正确表达。

（3）墨守成规，缺乏面对现实的勇气，也是影响形式逻辑发展的一种阻力。逻辑形式既然是客观事物的联系方式的反映，它就应随着客观现实的变化而变化，而不应视为千古不变的金科玉律。就以假言推理来说，充分条件假言推理只能由肯定前件而肯定后件，否则就会因为违反规则而得出错误的结论。然而在事实上人们往往是先肯定后件再追索前件

的，从结果查找原因。问题只在于这种由肯定后件到肯定前件的充分条件假言推理，其结论不能是必然判断，而只能是或然判断。亦即："如A则B； B； 可能A"。从客观现实来说，充分条件假言判断反映的是不同原因可以产生同样结果的情况，有A，固然能够有B，但有B，不一定是因为有A，不过也可能是由于有A。因此，"如A则B； B，可能A"这个推理形式是完全可以成立的，是有其客观根据的。再如，简单枚举归纳推理，由于它没有考察一类事物的全部对象，因此得出的全称判断只能是或然的，不过，既然它没有考察一类事物的全部对象，又为什么一定要求它得出全部对象如何的结论呢？如果它得出的是特称判断的结论，不是更恰如其份吗？简单枚举归纳推理的结论如果是特称判断，那就不会犯轻率概括的错误，而它的结论就是必然的。

如果上述观点可以成立，那么以是否"必然性推理"为标准来划分演绎与归纳的做法，就需要重新考虑了。

（4）理论性不强，有的地方不精确，对问题只列出其然，而不说明其所以然，这也是现有形式逻辑存在的不足之处。

由于形式逻辑的对象是思维的形式结构，而不研究思维的具体内容这一特点，就给人以一种错觉，似乎形式逻辑的形式结构是和客观事物无关的。有的同志甚至生怕将形式结构和客观事物混淆起来，似乎一沾客观事物的边就是大逆不道的。其实形式结构不过是客观事物的联系方式的反映，没有客观事物，哪儿来的形式结构？因此，形式结构的真伪应该受是否符合客观事物联系方式的真实情况制约。检验形式结构真伪的标准只能是实践，而不是任何人主观任意的给定。正因为形式结构是客观事物的联系方式的反映，所以，

任一形式结构都有其客观根据，都有其事实和理论的根据。如果规定应该怎样，那就应该阐明在客观上为什么就该怎样；如果规定不应该怎样，也应该阐明在客观上为什么就不该怎样。“应该怎样”，是说只有这样才是符合客观真实的；“不应该怎样”是说如果这样就是违背客观真实的。是非真伪的标准决定于客观，而不决定任何人的主观规定，因此，是不以任何人的主观好恶为转移的。这样，就奠定了形式逻辑存在的根基及其不可战胜性。现有形式逻辑在理论阐述上是很不够的，有的地方甚至自相矛盾，因此，它的自卫能力也就显得很微弱。

（5）数理逻辑（仅指两个演算）的不适当介入，也是对形式逻辑正常发展的一种干扰。

有人认为形式逻辑太陈旧，应该送到历史博物馆去了。为了跟上时代，就该用“现代逻辑”（指数理逻辑，其实仅是两个演算）取而代之。由于这个想法似乎一时还做不到，因此就在形式逻辑中混杂一些数理逻辑的内容，任何问题都想用数理逻辑的标准去衡量。岂不知二者是性质不同的科学，混杂的结果，弄乱了逻辑学的基本概念，基本关系，基本性质，显得不伦不类，无助于科学的发展，也无助于对人们思维的规范。这是该深以为训的。

以上是对现有形式逻辑的主要缺点以及干扰形式逻辑发展的因素的概述。缺点的方面也就是要补缺的方面，干扰的方面也就是要排除的方面。因此，这也就决定了形式逻辑发展的定向性。

第一，必须到思维实际中去挖掘，研究，总结大量新的（现有形式逻辑中还未总结进来的）逻辑形式。这种新形式无论在哪一类思维形式中都大量存在，我们在本书的比较时

已分别地多次提到这一点，例如新概念的种类，新判断的种类以及新推理的种类等等。

第二，必须注意研究逻辑与语言表述的关系，联系实际，揭示出自然语言和思维形式之间表达的丰富性和使用的规范性的关系。

第三，对现有形式逻辑中已有的逻辑形式重新甄别，敢于适应客观现实的变化而增减和改造。

第四，加强逻辑理论体系的研究，对所有的逻辑形式都应找出其事实的及理论的根据。这里，还应该提出“思维内容”，表现在一定逻辑形式中的思维内容，就其最一般的意义理解指的就是客观事物的因素和关系。通过联系思维内容的研究，一方面，我们可为一定的形式结构确定一定的客观根据（如假言判断的充分条件关系，性质判断表示的事物与属性的关系）；另一方面，再细致地分析，我们可以确定形式结构与其适应的真语境系统的因素（例如，构成假言判断前后件要有意义联系，性质判断的主词存在，选言判断的选言肢穷尽，等等）。而目前对这些方面的研究是非常不够的。

第五，适当吸取其它学科的研究成果，但要为我所用，一切不利因素（与形式逻辑特点相违的因素）必须排除。

总之，形式逻辑的发展必须本着“思维内容——逻辑形式——语言形式”三位一体的观点，从用自然语言思维的思维实际中，按科学本身的特殊性，克服一切陈腐的偏见，去寻找和规定自身的发展方向。只有这样，形式逻辑才能永葆其青春的活力，沿自己的道路走下去。

